Aufgabensammlung

zum Selbststudium
der Vorlesung

Technische Strömungslehre

Dr.-Ing. Uwe Borchert

Fluidenergiemaschinen
und Energieanlagen

Berechnung – Auslegung – Beratung

www.fe-bab.de/stro

1. Mrz 2020

H .... Hydrostatik

A .... Hydrostatischer Auftrieb

EoV .... Energie- und Massenerhaltungssatz ohne Verluste

EmV .... Energie- und Massenerhaltungssatz mit Verlusten

I .... Anwendung des Impulssatzes

N .... Newtonsches Reibungsgesetz

G .... Grenzschicht

W .... Widerstands- und Auftriebskräfte

STM .... Strömungsmaschinen

Inhalt

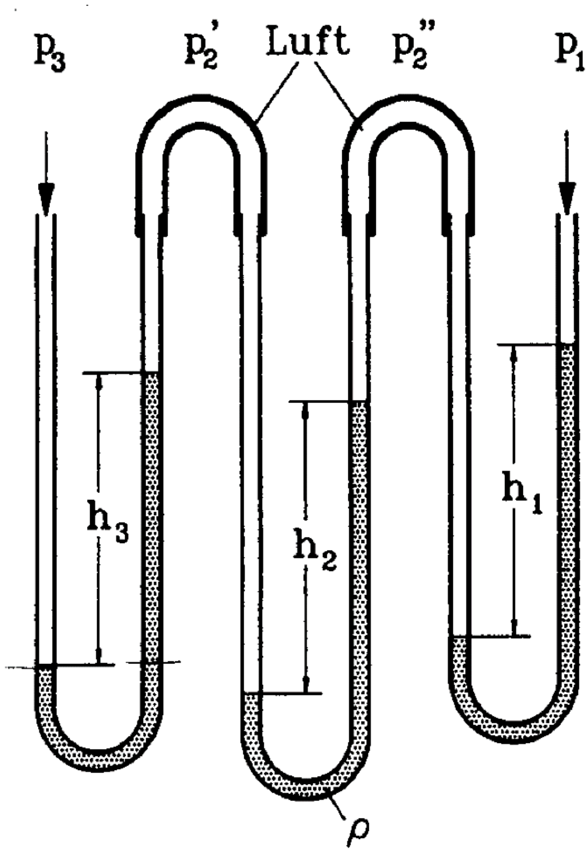
H – Hydrostatik

H-1 – Druckunterschied bei Hintereinanderschaltung von 3 U-Rohren

Drei gleiche U-Rohre sind hintereinandergeschaltet. In den U-Rohren befindet sich jeweils eine Flüssigkeit mit der Dichte ϱ. Die Flüssigkeitsspiegel weisen die Höhendifferenzen h_1, h_2 und h_3 auf. Wie groß ist der Druckunterschied $\Delta p = p_3 - p_1$ zwischen den freien Enden des ersten und dritten Rohres?

Gegeben: $h_1, h_2, h_3, g, \varrho$

Gesucht: $\Delta p = p_3 - p_1$

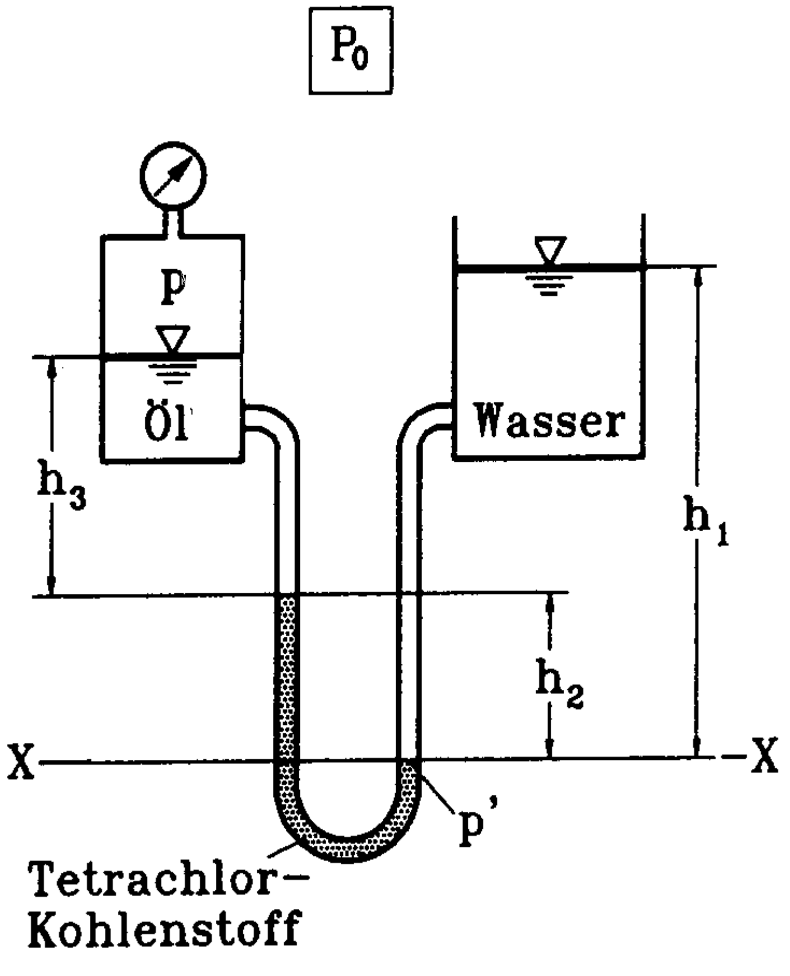


Lösung: $\Delta p = p_3 - p_1 = \varrho \cdot g \cdot (h_1 + h_2 + h_3)$

H-2 – Dichtebestimmung mit U-Rohr und Manometer

Ein offener Wasserbehälter und ein durch ein Manometer gegen die Atmosphäre abgeschlossenes, mit Öl gefülltes Gefäß sind durch ein U-Rohr verbunden, in dessen unterem Teil sich eine Tetrachlorkohlenstoff-Füllung ($\mathrm{CCl_4}$) befindet. Die Höhe der Wassersäule (Dichte $\varrho_W = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$) beträgt $h_1 = 0{,}4\ \mathrm{m}$ ($g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$), die Ölsäule (Dichte $\varrho_{Öl} = 950\ \mathrm{kg/m^3}$) hat eine Höhe von $h_3 = 0{,}13\ \mathrm{m}$. Die Höhe der $\mathrm{CCl_4}$-Säule beträgt $h_2 = 0{,}1\ \mathrm{m}$.

Wie groß ist die Dichte ϱ_{Tck} der $\mathrm{CCl_4}$-Füllung, wenn am Manometer ein Überdruck Δp gegen die Atmosphäre von $1200\ \mathrm{N/m^2}$ abgelesen wird?

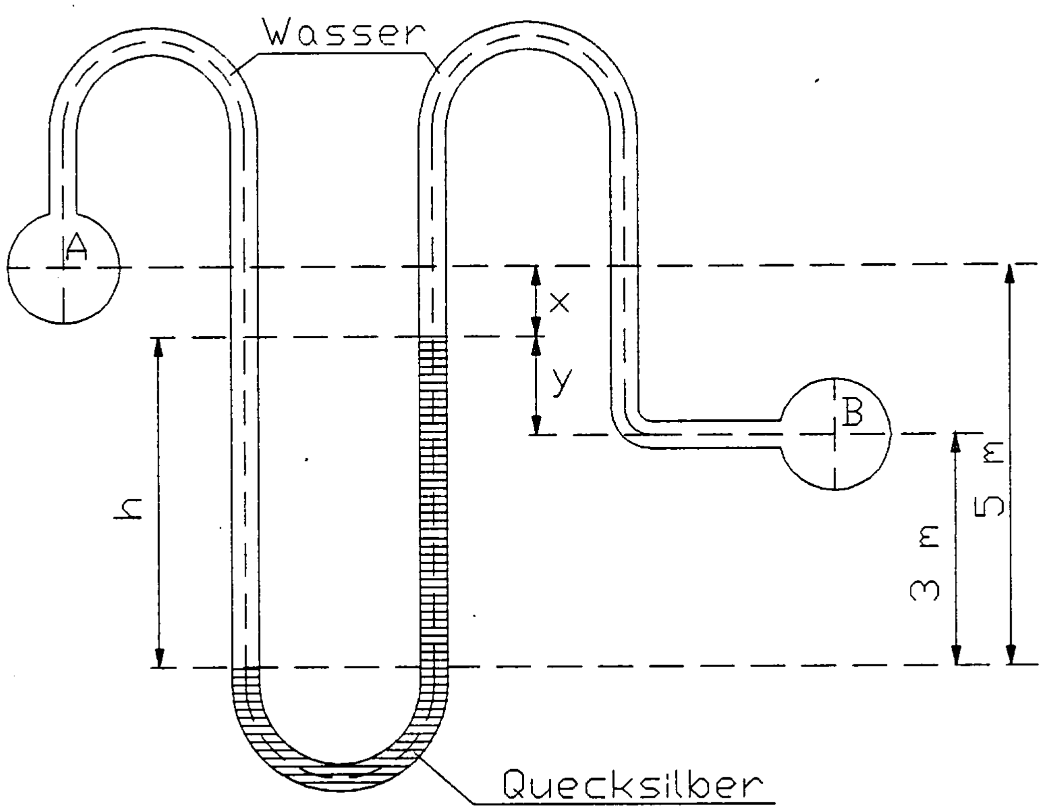


Lösung: $\varrho_{Tck} = 1541{,}758\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$

H-3 – Quecksilberauslenkung in einem Differenzialmanometer

Behälter A und B enthalten Wasser unter einem Druck von $p_A = 2{,}8$ bar bzw. $p_B = 1{,}4$ bar. Wie groß ist die Quecksilberauslenkung h in einem Differenzialmanometer?

Gegeben: $\varrho_{Hg} = 13\,550\ \frac{kg}{m^3}$ $\varrho_{H_2O} = 1000\ \frac{kg}{m^3}$ $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

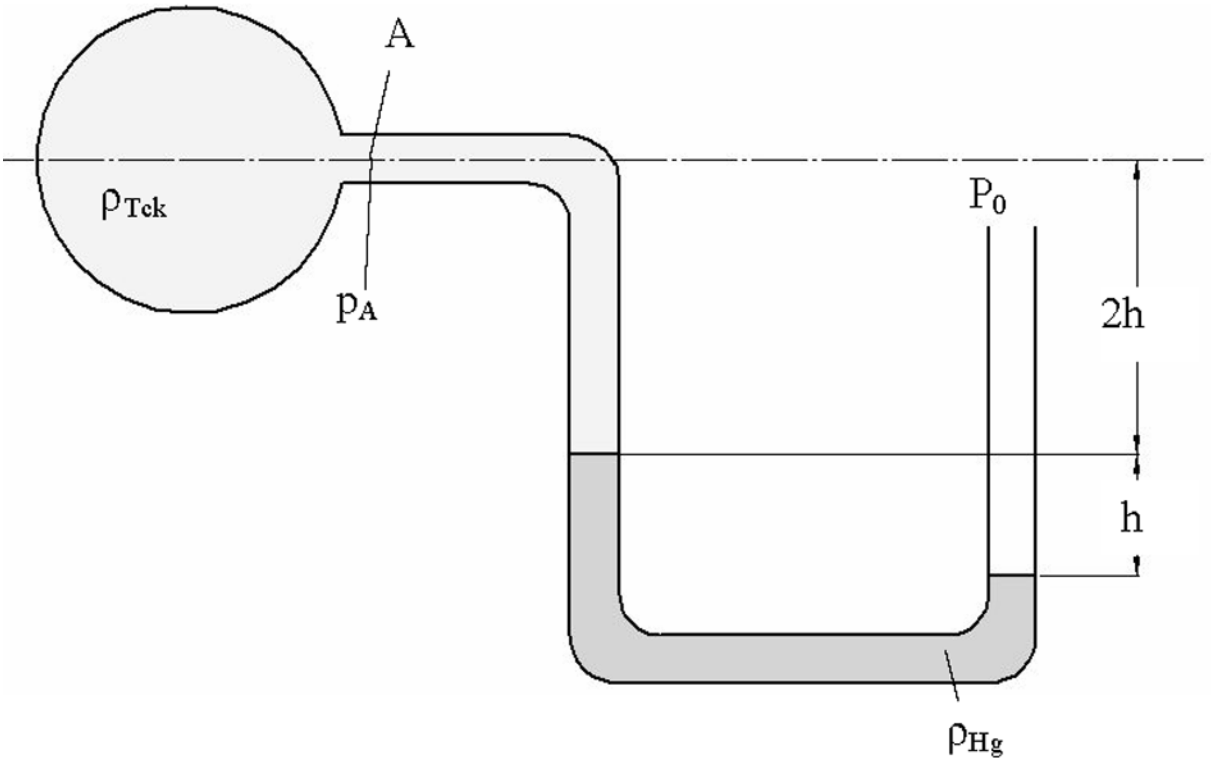


Lösung: $h = 1{,}297\ \mathrm{m}$

H-4 – Unterdruckbestimmung im Kessel mit einem Quecksilbermanometer

In einem Kessel befindet sich Tetrachlorkohlenstoff mit der Dichte ϱ_{Tck}. Wie groß ist die Druckdifferenz Δp und wie groß der Unterdruck p_U im Punkt A, wenn das offene Quecksilbermanometer eine Höhe von $h = 30{,}46$ cm anzeigt?

Gegeben: $\varrho_{Hg} = 13\,550\ \frac{kg}{m^3}$ $\varrho_{Tck} = 1594\ \frac{kg}{m^3}$ $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$



Lösung: $\Delta p = p_A - p_0 = -0{,}5$ bar

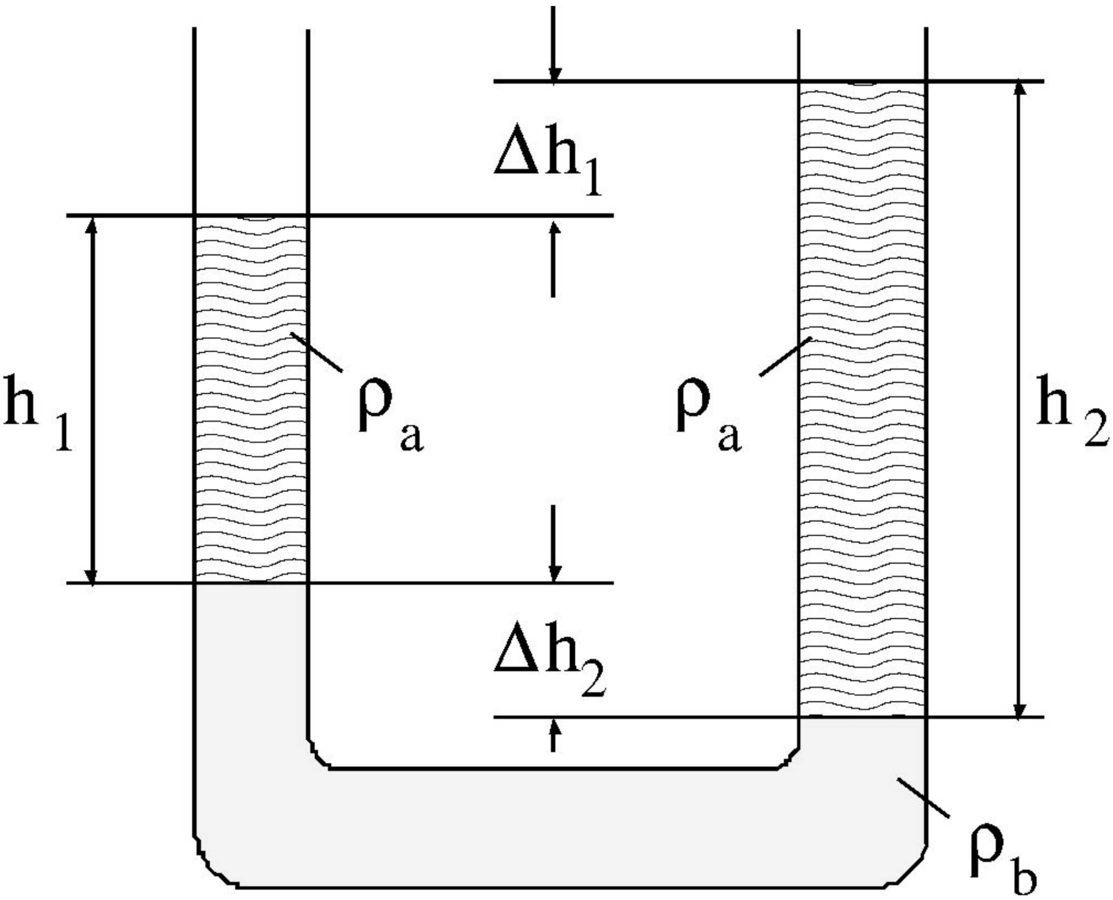
$p_U = 0{,}5$ bar

H-5 – Höhendifferenz – U-Rohr mit zwei verschiedenen Fluiden

In den beiden Schenkeln eines U-Rohres ist über einer Flüssigkeit der Dichte ϱ_b eine Flüssigkeit der Dichte ϱ_a ($\varrho_a < \varrho_b$) geschichtet. Die Schichthöhen lauten h_1 und h_2.

Gegeben: $\varrho_a = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $\quad$ $\varrho_b = 13\,550\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$h_1 = 50\ \text{cm}$ $\quad$ $h_2 = 75\ \text{cm}$



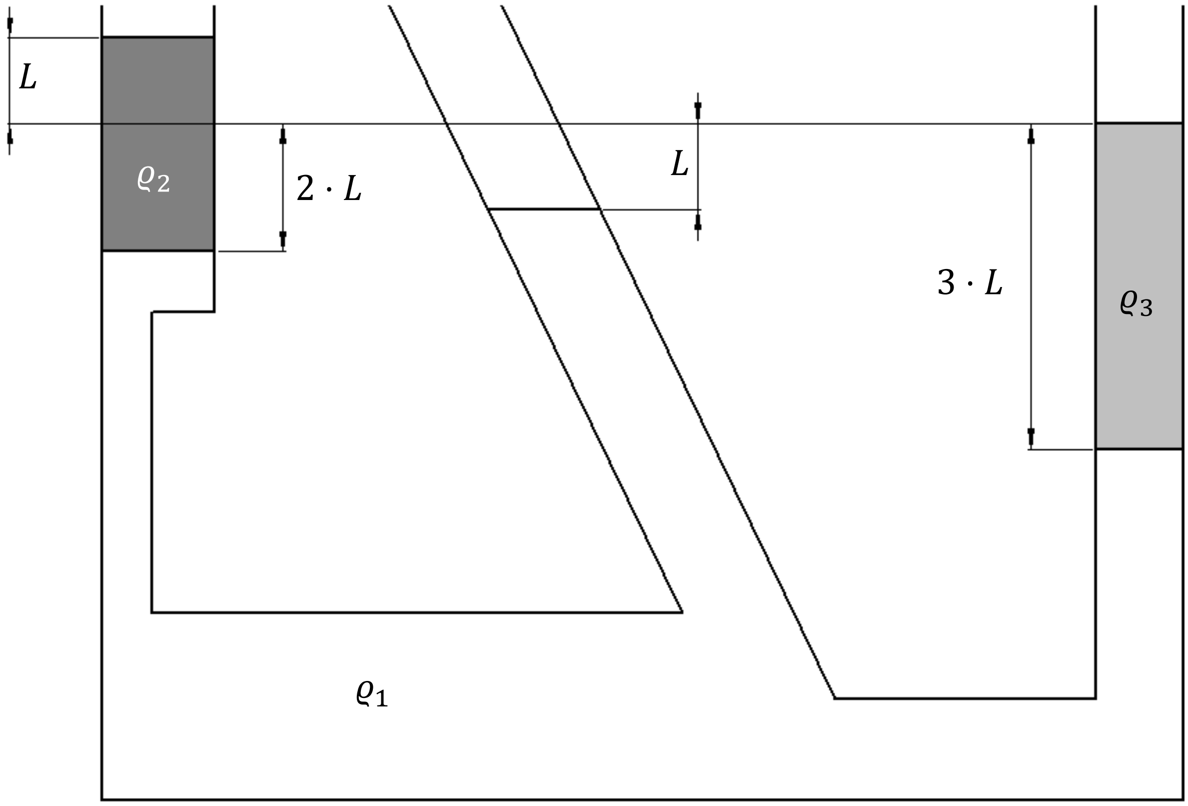
Wie groß sind die Höhendifferenzen Δh_1 und Δh_2?

Lösung: $\Delta h_1 = 23{,}155\ \text{cm}$

$\Delta h_2 = 1{,}845\ \text{cm}$

H-6 – Dichteverhältnisse im Rohrsystem

Im nachfolgend dargestellten Rohrsystem stellt sich der dargestellte Zustand der Flüssigkeitsstände dar.



Wie verhalten sich in diesem Fall die Dichten zueinander?

Lösung: $\varrho_2 = \frac{1}{3}\varrho_1 \rightarrow \varrho_1 = 3 \cdot \varrho_2 = \frac{3}{2}\varrho_3$

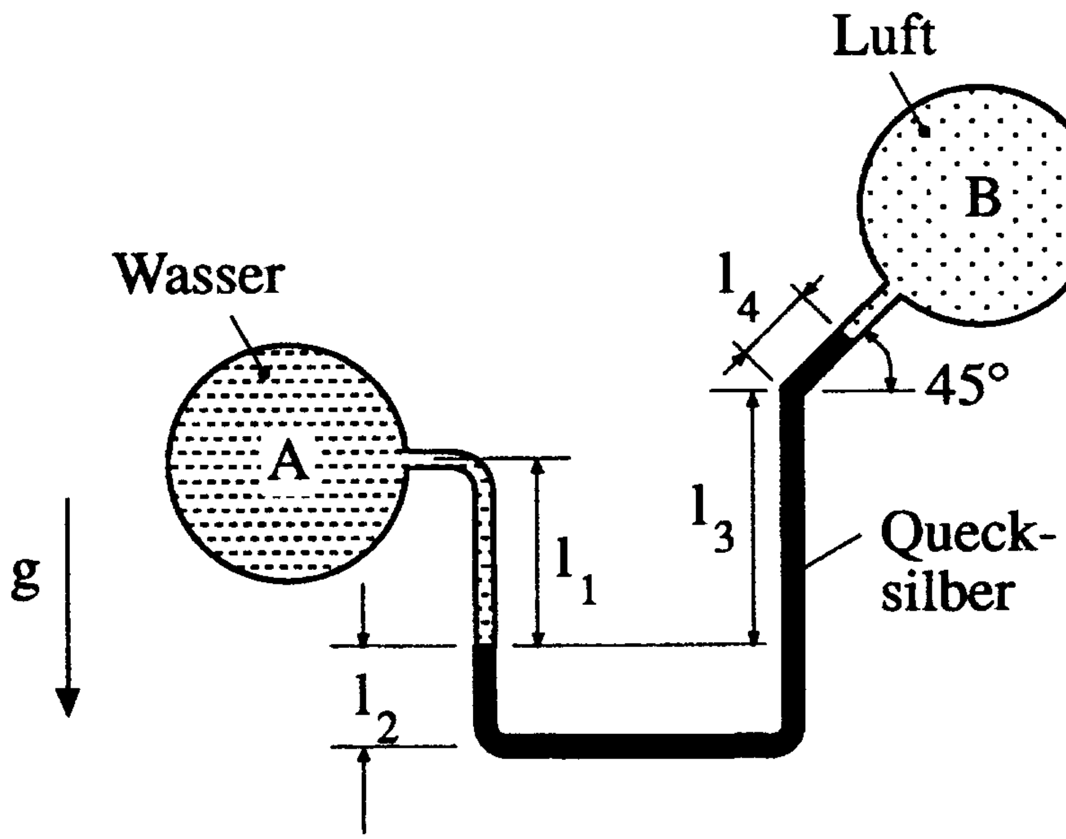
H-7 – Druckdifferenz zwischen zwei Tanks

Gegeben: $\varrho_{Hg} = 13\,550\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ $\qquad$ $\varrho_W = 995\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$l_1 = 0{,}3048\ \mathrm{m}$ $\qquad$ $l_2 = 0{,}1524\ \mathrm{m}$

$l_1 = 0{,}3048\ \mathrm{m}$ $\qquad$ $l_2 = 0{,}1524\ \mathrm{m}$

$g = 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$



Bestimmen Sie die Druckdifferenz Δp_{AB} zwischen Tank A und Tank B.

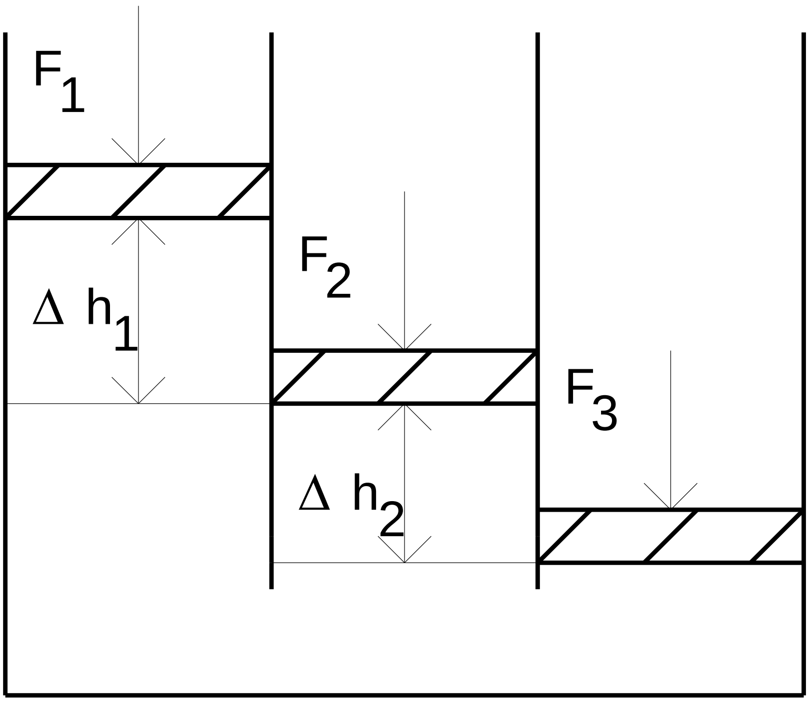
Lösung: $\Delta p_{AB} = 76\,888{,}711\ \mathrm{Pa}$

H-8 – Kräftebeaufschlagte Kolben in einem System kommunizierender Röhren

Drei Kolben mit den Flächen A_1, A_2 und A_3, die durch die Kräfte F_1, F_2 und F_3 belastet sind, drücken auf das Wasser.

a) Wie groß sind die Höhenunterschiede Δh_1 und Δh_2?

b) In welchem Verhältnis müssen die Kräfte F_1, F_2 und F_3 stehen, damit die Kolben in gleicher Höhe liegen ($\Delta h_1 = \Delta h_2 = \Delta h_3$)?



Gegeben: $A_1 = 200\ \mathrm{cm}^2$ $\quad A_2 = 500\ \mathrm{cm}^2$ $\quad A_3 = 250\ \mathrm{cm}^2$

$F_1 = 2000\ \mathrm{N}$ $\quad F_2 = 4000\ \mathrm{N}$ $\quad F_3 = 5000\ \mathrm{N}$

$\varrho = 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ $\quad g = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

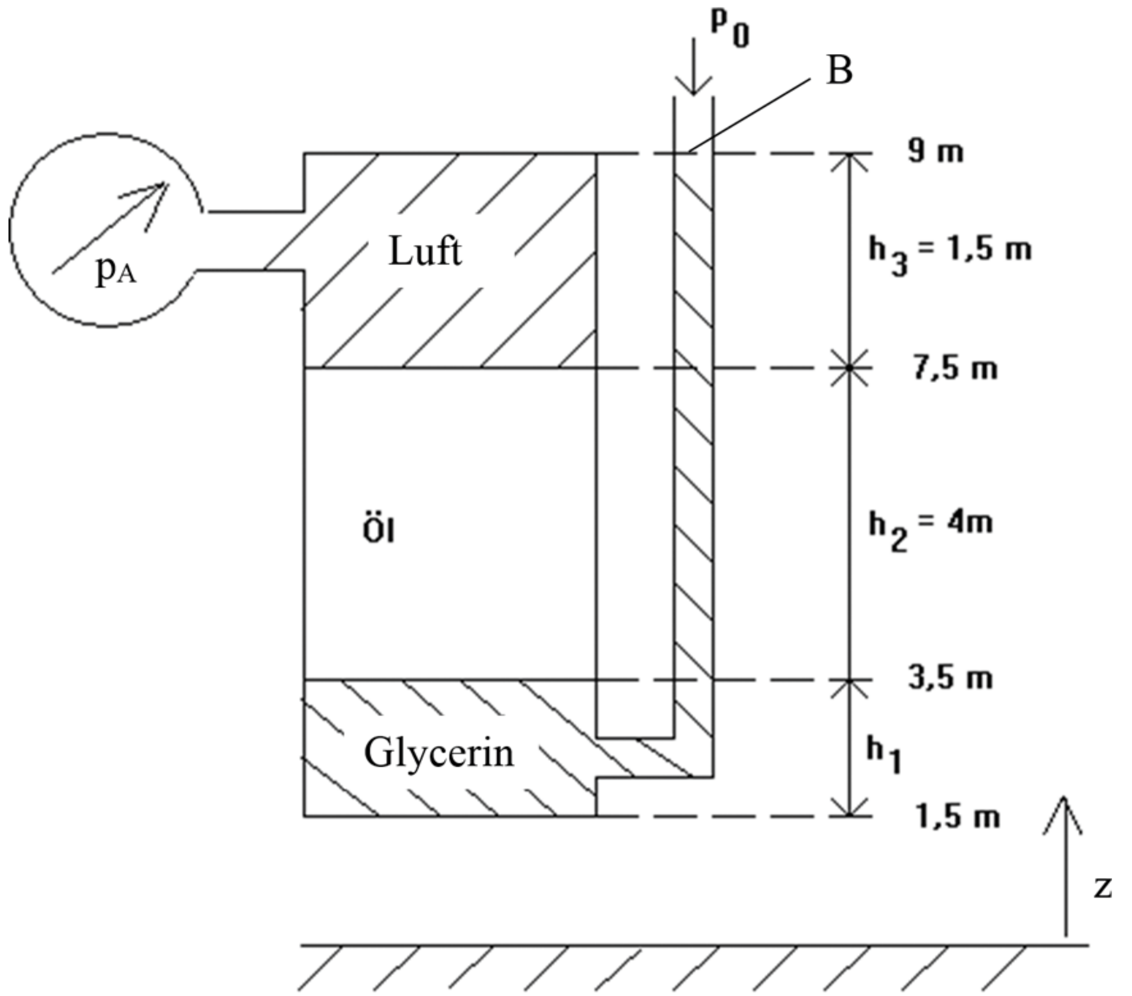
Lösung:

a) $\Delta h_1 = -2{,}039\ \mathrm{m}$ $\qquad \Delta h_2 = 12{,}232\ \mathrm{m}$

b) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$ $\qquad \frac{F_1}{F_3} = \frac{A_1}{A_3}$ $\qquad \frac{F_2}{F_3} = \frac{A_2}{A_3}$

H-9 – Druckbestimmung mit Hilfe eines Steigrohres

In einem geschlossenen Behälter sind Luft, Öl und Glycerin geschichtet. Gesucht ist der Druck p_A am Manometer A, wenn das Glyzerin im angeschlossenen Steigrohr bis zur Stelle B steigt.



Gegeben: $p_0 = 1 \text{ bar}$ $\quad g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\varrho_{Öl} = 0.8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $\quad \varrho_{Gly} = 1,25 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $\quad \varrho_{Luft} = 1,645 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $(\varrho_{Luft} \ll \varrho_{Öl})$

Lösung: $p_A = 1,3605 \text{ bar}$

H-10 – Behälterdrücke bei unterschiedlichen Füllhöhen

In einen mit Wasser gefüllten Behälter ragt ein senkrechtes Rohr mit offenen Enden und verbindet das Innere des Behälters mit der Umgebung (Außendruck p_a). Im Ausgangszustand (Bild 1) sind die Spiegelhöhen im Behälter und im Rohr gleich.

a) Wie groß ist der Druck p_1 im Inneren des Behälters?

Nach Ablassen einer gewissen Wassermenge hat sich das Behälterniveau um Δh_1 gesenkt (Bild 2). Die über dem Wasser befindliche Luftmenge habe sich isotherm ausgedehnt.

b) Wie groß ist der Druck p_2 im Inneren des Behälters, nachdem Wasser abgelassen wurde?

c) Wie groß ist die Differenz Δh_2 zwischen den Spiegelhöhen?

Gegeben: $h_1 = 1\ \mathrm{m}$ $\quad \Delta h_1 = 0{,}05\ \mathrm{m}$ $\quad \varrho_W = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$
$p_a = 1\ \mathrm{bar}$ $\quad g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

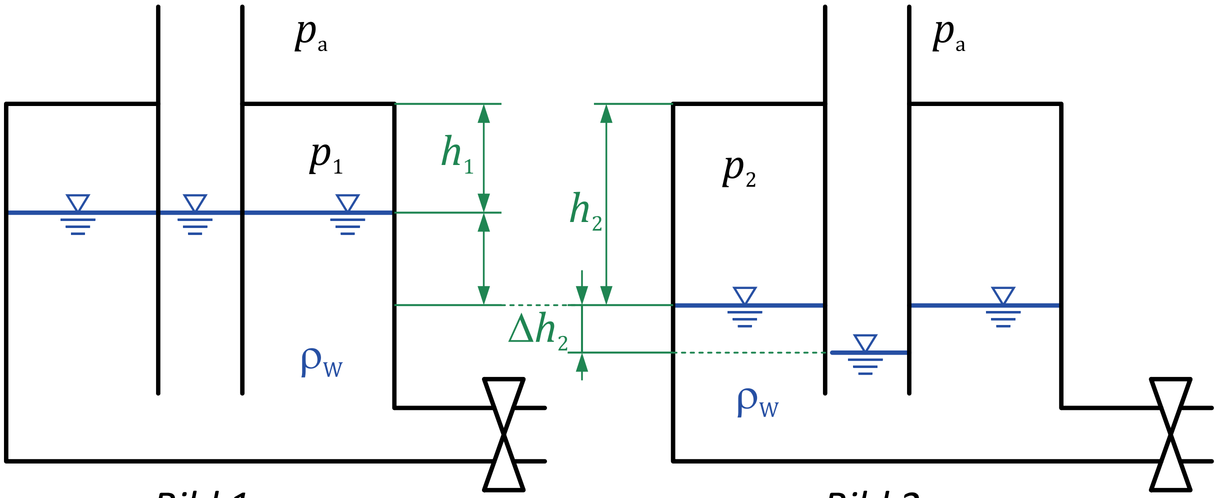


Bild 1 *Bild 2*

Lösung:

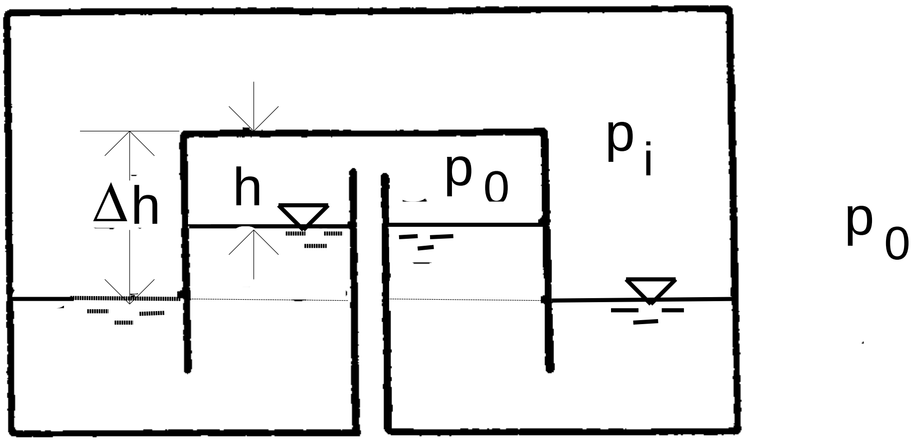
a) $p_1 = 1\ \mathrm{bar}$

b) $p_2 = 0{,}9524\ \mathrm{bar}$

c) $\Delta h_2 = 0{,}4854\ \mathrm{m}$

H-11 – Auf dem Wasser schwimmender, mit Luft gefüllter Behälter

Ein mit Luft gefüllter Behälter (Gewicht vernachlässigen) schwimmt wie dargestellt auf dem Wasser. Oberhalb des Wassers herrsche der Druck p_i. Durch eine Zuleitung wird dafür gesorgt, dass die Luft im Behälter immer unter dem Druck p_0 (Außendruck) steht.



<u>Gegeben:</u>

p_i = 1,05 bar;	p_0 = 1 bar;	h = 10 m
ρ = 10^3 kg/m³;	g = 10 m/s²	

a) Geben Sie eine Beziehung an, um über die Bestimmung von Δh den Innendruck p_i zu messen !

b) Wie groß ist Δh unter den oben angegebenen Werten?

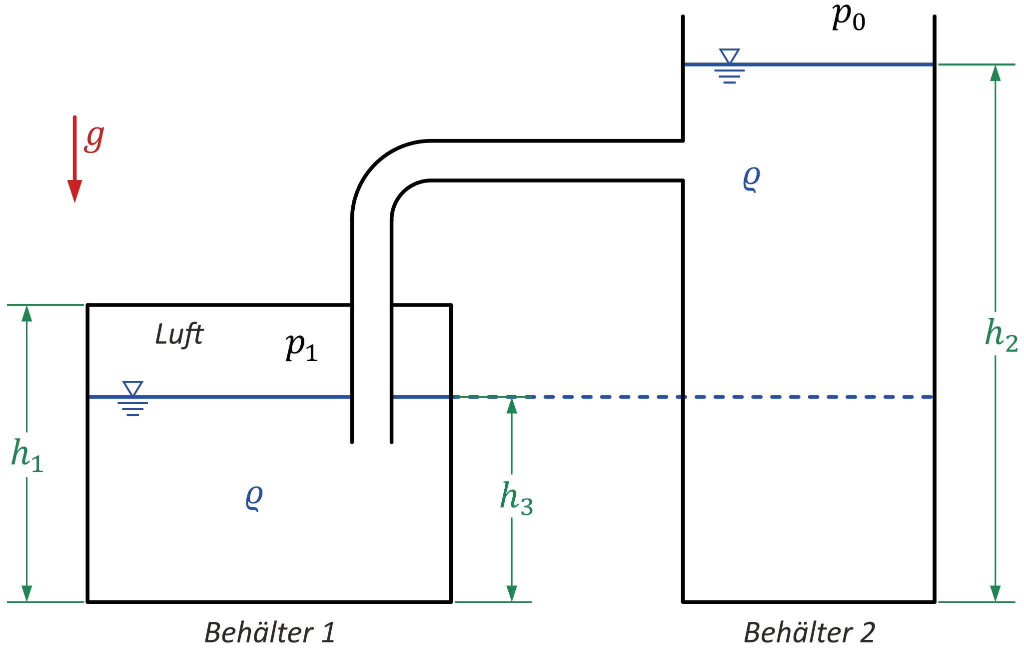
c) Ist eine Druckmessung auch möglich, wenn p_i kleiner als p_0 ist?

Lösung:

a) $p_i = p_0 + \rho \cdot g \cdot (\Delta h - h)$
b) $\Delta h = 10{,}5$ m

H-12 – Zwei durch eine Schlauchleitung verbundene Wasserbehälter

Ein geschlossener zylindrischer Behälter ist durch eine Schlauchleitung mit einem oben offenen Behälter verbunden. Unter Atmosphärendruck p_0 würde die im ersten Behälter eingeschlossene Luft ein Drittel des Behältervolumens einnehmen. Bis zur Höhe h_3 im ersten Behälter und im zweiten Behälter befindet sich Wasser der Dichte ϱ. Die Zustandsänderung der als ideales Gas zu betrachtenden eingeschlossenen Luft verlaufe isotherm.



Gegeben:

$h_1 = 2{,}5\ \text{m}$ $\quad h_2 = 5\ \text{m}$ $\quad p_0 = 0{,}981\ \text{bar} = 2 \cdot \varrho \cdot g \cdot h_2$

$\varrho = 10^3\ \text{kg/m}^3$ $\quad g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

a) Bestimmen Sie den Druck p_1 der eingeschlossenen Luft als Funktion der Höhe h_3!

b) Wie groß ist die Höhe h_3 des Wasserstandes im ersten Behälter?

Lösung:

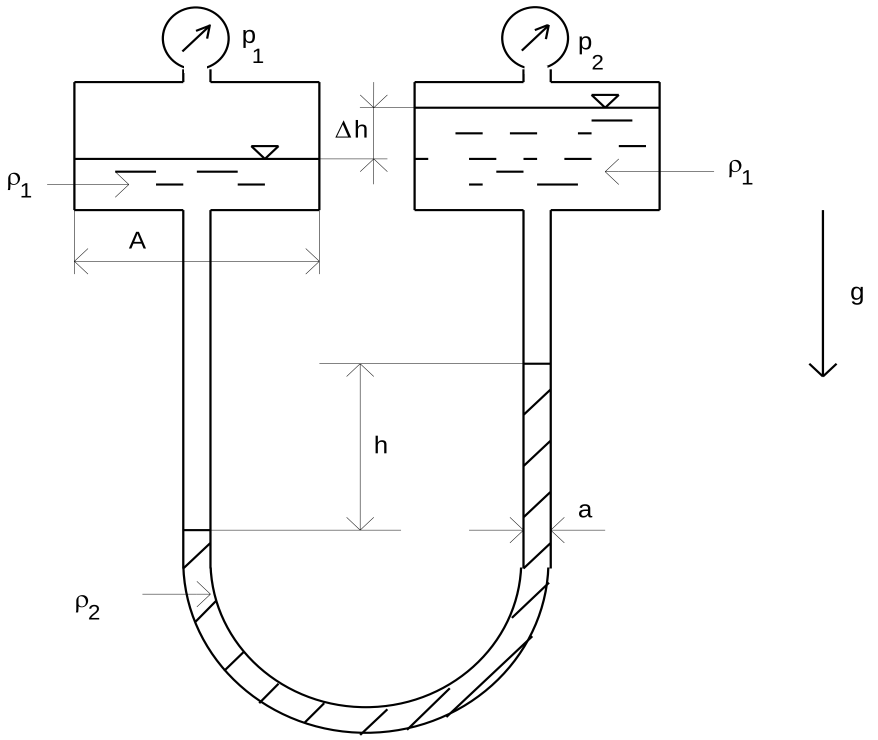
a) $p_1 = p_0 \cdot \frac{h_1}{3 \cdot (h_1 - h_3)}$ bzw. $p_1 = p_0 + \varrho \cdot g \cdot (h_2 - h_3)$

b) $h_3 = 1{,}866\ \text{m}$

H-13 – Meniskendifferenz bei zwei in einem U-Rohr geschichteten Flüssigkeiten

An die Schenkel eines U-Rohres werden zwei gleich zylindrische Behälter angeschlossen. Die Querschnittsfläche des Rohres sei a, die der Behälter A. In das System wird zunächst eine Flüssigkeit mit der Dichte ϱ_2, dann in beide Schenkel je eine gleich große Menge einer Flüssigkeit mit der Dichte ϱ_1 eingefüllt. Es sei $\varrho_2 = \alpha \cdot \varrho_1$. Die beiden Flüssigkeiten sollen sich nicht vermischen. Die Differenz der auf die beiden Flüssigkeitsoberflächen wirkenden Drücke $\Delta p = p_1 - p_2$ sei gegeben.

Man bestimme die Meniskendifferenz h in Abhängigkeit gegebener Größen!



Text

Gegeben: $\varrho_1, \alpha, A, g, \Delta p = p_1 - p_2$

Lösung:

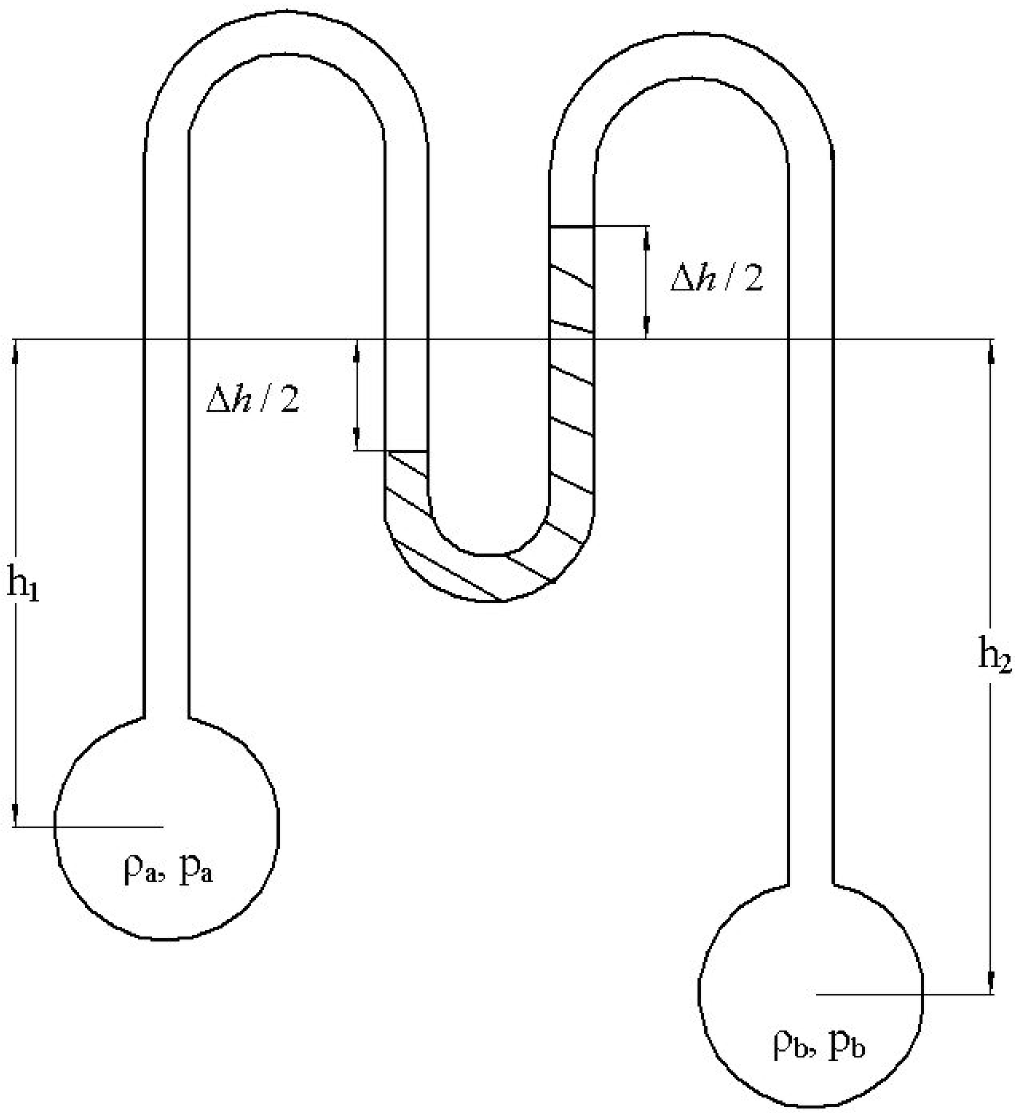
$$h = \frac{\Delta p}{\varrho_1 \cdot g \cdot \left(\frac{a}{A} - 1 + \alpha\right)} = \frac{\mathrm{p}_1 - p_2}{\varrho_1 \cdot g \cdot \left(\frac{a}{A} - 1 + \alpha\right)}$$

H-14 – Druckdifferenz zwischen zwei Behältern

Zwei mit Flüssigkeiten der konstanten Dichten ρ_a und ρ_b gefüllte Behälter sind über ein U-Rohr-Manometer miteinander verbunden. Die Dichte der Manometerflüssigkeit ist ρ_c.

Wie groß ist die Druckdifferenz $\Delta p_{ab} = p_a - p_b$?

<u>Gegeben:</u> h_1, h_2, Δh, g, ρ_a, ρ_b, ρ_c

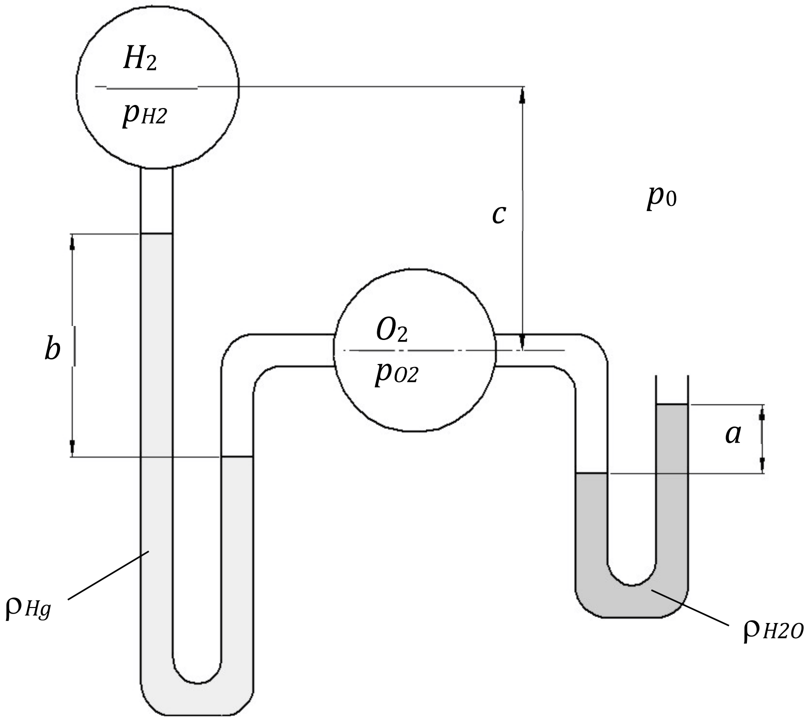


Lösung:

$$p_a - p_b = g \cdot \left(\rho_a \cdot \left(h_1 - \frac{\Delta h}{2} \right) - \rho_b \cdot \left(h_2 + \frac{\Delta h}{2} \right) + \rho_c \cdot \Delta h \right)$$

H-15 – U-Rohr in einer Chemiefabrik

In einer Chemiefabrik sind zwei Kessel mit einem U-Rohrmanometer verbunden. Dabei wird in dem einen Kessel Wasserstoff unter 3 bar gespeichert. In dem anderen Kessel befindet sich Sauerstoff und ist gegen die Umgebungsluft mit einem U-Rohrmanometer mit Wasser abgeschlossen. Die Höhendifferenz a der Wassersäule beträgt $500\ \mathrm{mm}$. Die Behälter weisen eine Höhendifferenz von $c = 1\ \mathrm{m}$ auf. Die Dichte der Gase kann im Vergleich zur Dichte der Flüssigkeiten vernachlässigt werden.



Gegeben: $\varrho_{H2O} = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$ $\varrho_{Hg} = 13\,550\ \mathrm{kg/m^3}$ $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$
$p_{H2} = 3\ \mathrm{bar}$ $p_0 = 1\ \mathrm{bar}$ $a = 500\ \mathrm{mm}$ $c = 1\ \mathrm{m}$

Gesucht: p_{O2} und b

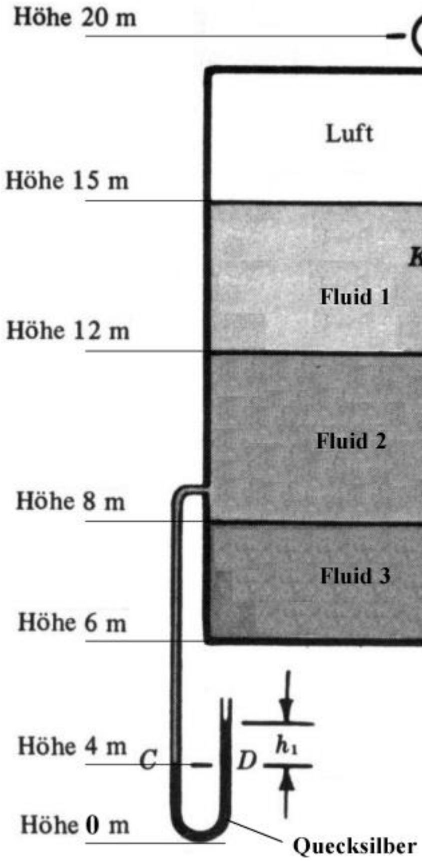
Lösung:

$p_{O2} = 1{,}049\ \mathrm{bar}$ $b = -1{,}4677\ \mathrm{m}$

H-16 – Höhenbestimmung der in einem Piezo-Rohr befindlichen Flüssigkeiten

An einem Manometer *A* liest man eine Druckdifferenz von $-17{,}65\ \mathrm{kPa}$ gegenüber dem Umgebungsdruck ab. Die Rohrenden *E*, *F* und *G* sind offen zur Umgebung. Berechnen Sie:

a) Die Höhe der Flüssigkeit im Piezo-Rohr E
b) Die Höhe der Flüssigkeit im Piezo-Rohr F
c) Die Höhe der Flüssigkeit im Piezo-Rohr G
d) Die Auslenkung des Quecksilbers im U-Rohr-Manometer



Gegeben: $\varrho_1 = 700\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad \varrho_2 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad \varrho_3 = 1600\ \mathrm{kg/m^3}$

$\varrho_{Hg} = 13\,570\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad p_0 = 1\ \mathrm{bar}$ $\quad \Delta p = -17{,}65\ \mathrm{kPa}$

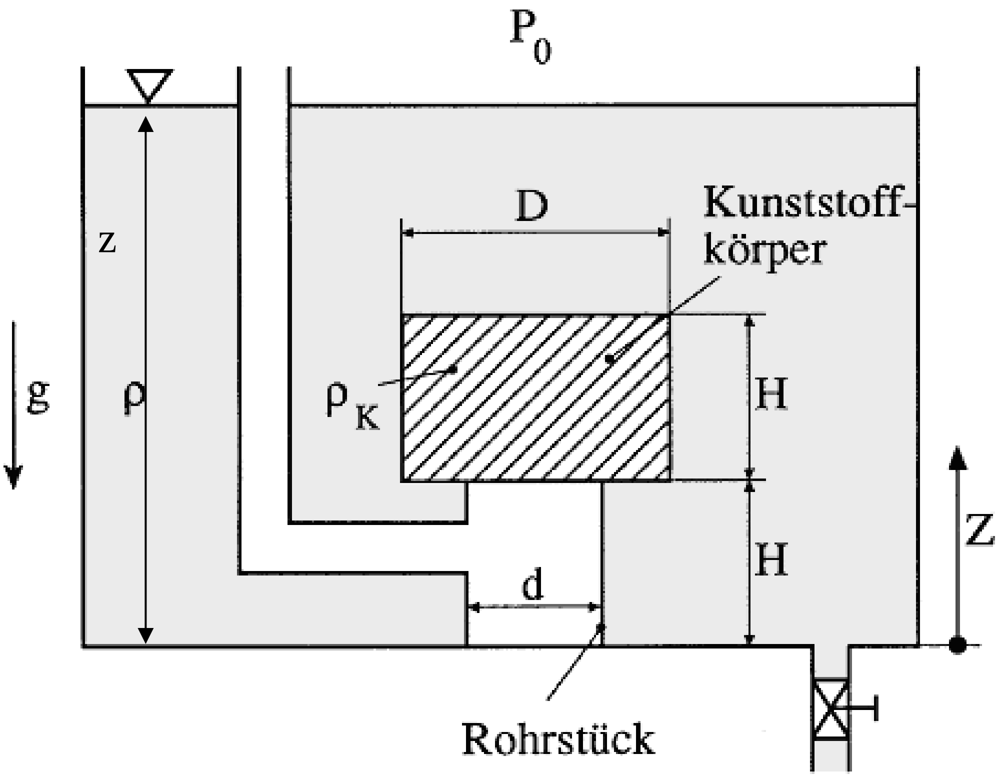
$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

Lösung:

a) $H_L = 12{,}4297\ \mathrm{m}$ $\quad$ b) $H_N = 12{,}3008\ \mathrm{m}$

c) $H_Q = 10{,}688\ \mathrm{m}$ $\quad$ d) $h_1 = 0{,}6117\ \mathrm{m}$

H-17 – Auflagerkraft/Gewichtskraft eines Kunststoffkörpers



Ein zylindrischer Kunststoffkörper (Ø D, H, ρ_k) liegt auf einem dünnwandigen Rohrstück (Ø d = $\sqrt{0{,}5}\cdot D$, H) in einem großen Behälter. Die Dichte der Flüssigkeit sei $\rho = 2\cdot\rho_k$. Das Rohrstück ist mit der Umgebung verbunden, in welcher der Druck p_0 herrscht.

a) Man berechne das Verhältnis der Auflagerkraft F_A zur Gewichtskraft des Körpers F_G, wenn die Füllhöhe $z = 4\cdot H$ beträgt.

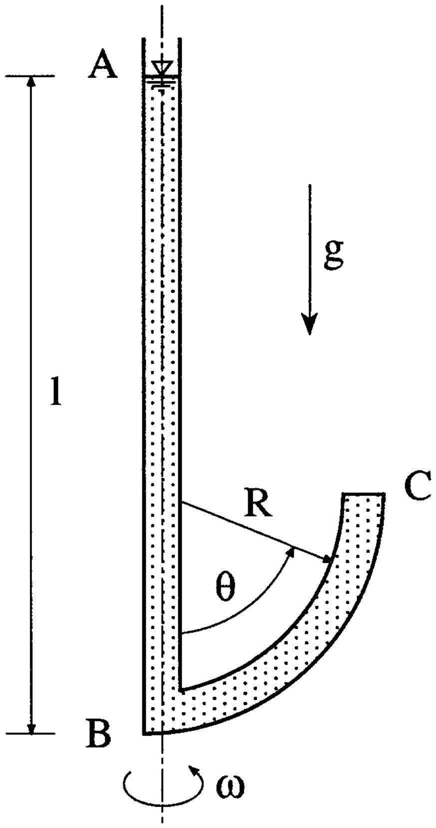
b) Der Behälter wird nun langsam entleert. Bei welcher Füllhöhe z_0 ist die Auflagerkraft $F_A = 0$? (H = 1,0 m).

c) Man skizziere den Verlauf von $F_A/F_G = f(z/H)$ für den Bereich $1<(z/H) < 4$.

Lösung:

a)	F_A/F_G	=	2
b)	z_0	=	2 m
c)	*Skizze gibt es in der Übung*		

H-18 – Rotierendes Rohrelement



<u>Gegeben:</u> R = 0,196 m;
g = 9,81 m/s^2

Ein mit Flüssigkeit gefülltes Rohr ABC besteht aus einem vertikalen Stück AB und einem kreisförmig (Radius R) gebogenen Stück BC. Bei A ist das Rohr offen, bei C geschlossen. Das Rohr rotiere mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die Achse AB des Rohres. Der Rohrdurchmesser sei gegenüber dem Radius R vernachlässigbar klein.

a) Bei welcher Winkelgeschwindigkeit ω sind die Drücke in B und C gleich?

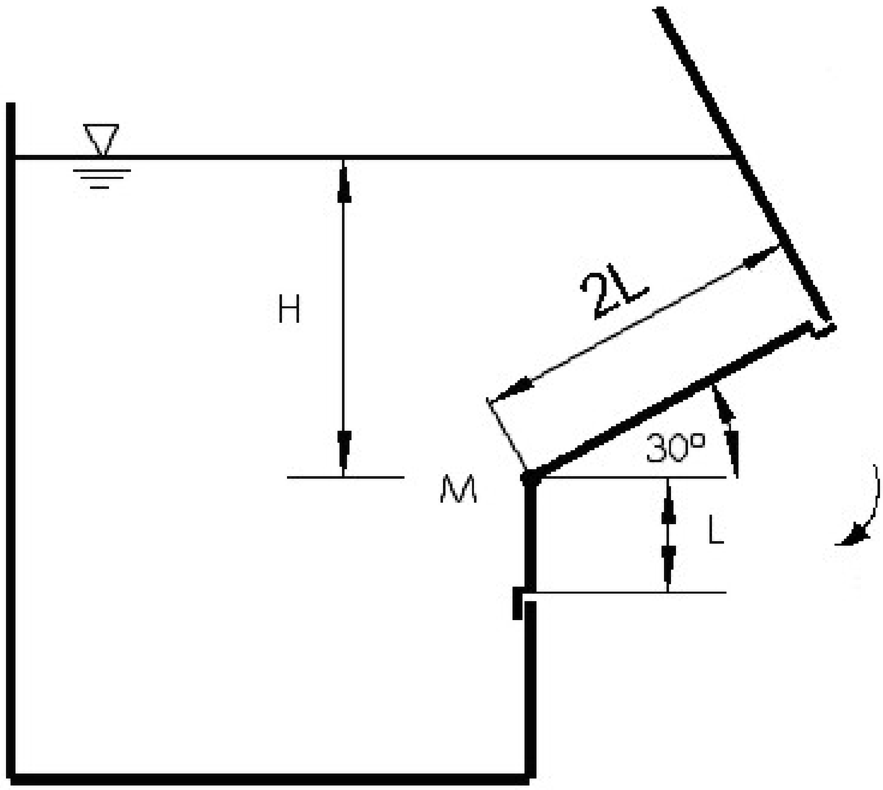
b) Bei der unter a) berechneten Winkelgeschwindigkeit ist der Winkel Θ desjenigen Punktes im Bogen BC zu bestimmen, in dem der Druck ein Maximum annimmt.

Lösung: a) ω = 10 Hz
b) Θ = 60°

H-19 – Gefäß mit Klappe

An einem Gefäß befindet sich entsprechend nebenstehender Skizze eine Klappe mit beiden starr verbundenen Schenkeln der Länge L bzw. $2L$ und der konstanten Breite b. Die Klappe dreht sich um den Punkt M.

Bei welcher Flüssigkeitshöhe H geht die Klappe auf?

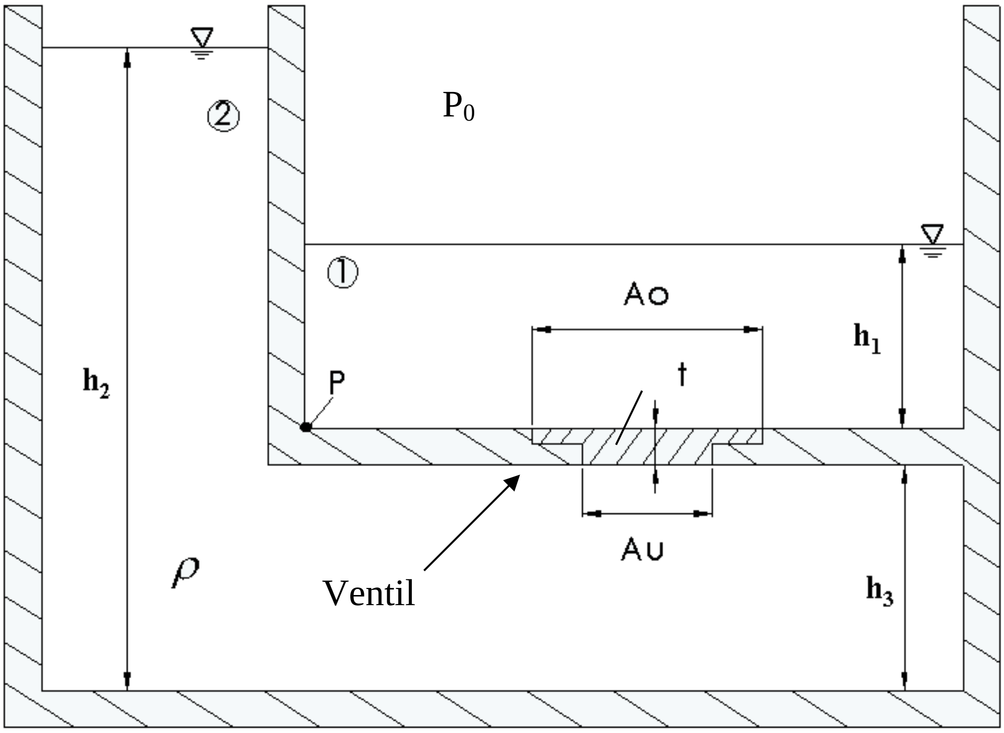


Lösung:

$H = 10/9$ L

H-20 – Wasserreservoir

Eine senkrechte Trennwand der Breite b, die ein Wasserreservoir der Tiefe h_2 gegen ein anderes der Tiefe h_1 abschließt, soll vor Überlastung geschützt werden. Bei Überschreitung einer bestimmten Wasserhöhe h_2 soll bei festem h_1 der Ventilkörper mit der Gewichtskraft G abheben, damit das Wasser vom Behälter (2) in den Behälter (1) fließen kann. Die Höhe t des Ventilkörpers sei sehr klein gegen h_1.



a) Wie groß muss bei gegebener Fläche A_u die Fläche A_o des Ventilkörpers sein, wenn die max. Wasserlast auf die Wand höchstens D betragen soll?

b) Wie groß muss bei gegebenem A_u die Fläche A_o sein, wenn das Moment der Wasserlast auf die Trennwand um den Punkt P den Wert M nicht überschreiten soll?

Lösung:

a)

$$A_{oD} = \frac{\left(p_0 + \rho \cdot g \cdot \sqrt{h^2{}_1 + \frac{2 \cdot D}{b \cdot \rho \cdot g}}\right) \cdot A_u - G}{p_0 + \rho \cdot g \cdot h_1}$$

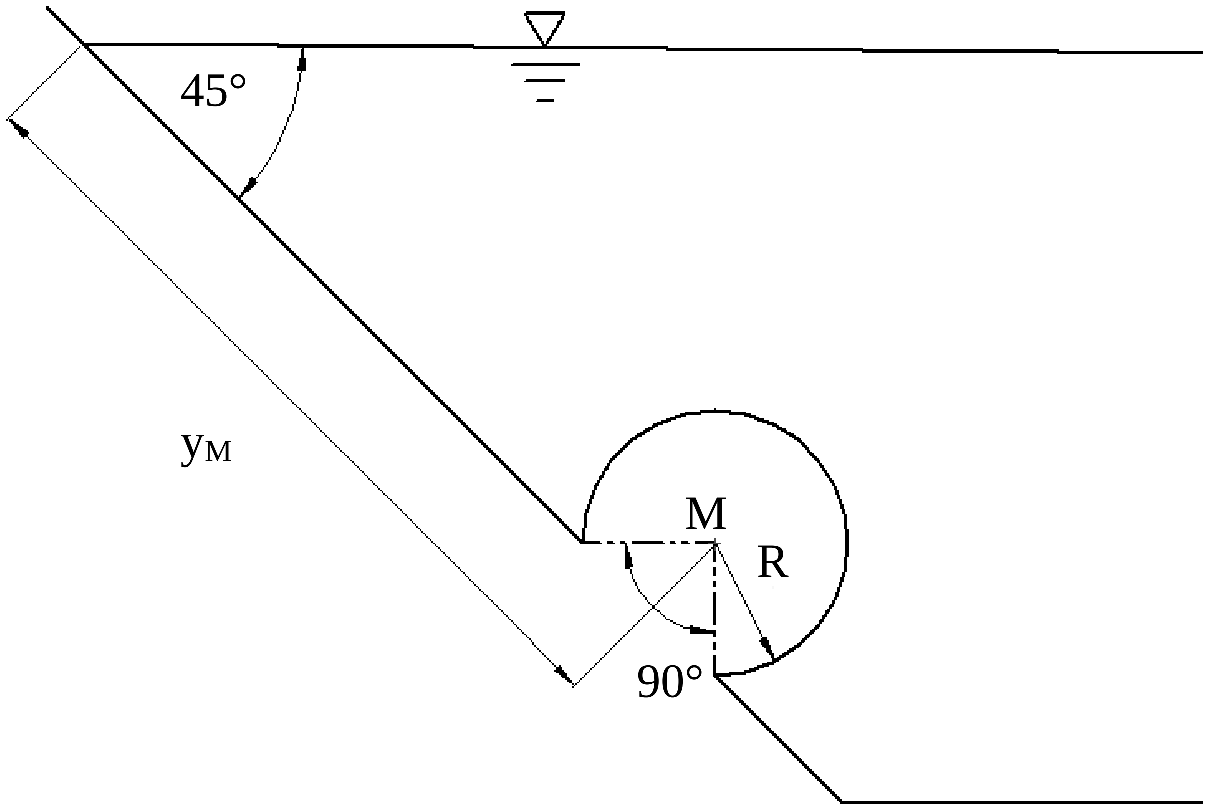
b)

$$A_{oD} = \frac{\left(p_0 + \rho \cdot g \cdot \sqrt[3]{h^3{}_1 + \frac{6 \cdot M}{b \cdot \rho \cdot g}}\right) \cdot A_u - G}{p_0 + \rho \cdot g \cdot h_1}$$

H-21 – Zylindrischer Behälter

An einer unter 45° geneigten Gefäßwand ist ein Dreiviertelzylinder (Radius R, Länge senkrecht zur Zeichenebene l) im Abstand Y_M von der Wasserlinie angebracht.

Zu bestimmen sind Größe, Richtung und Angriffspunkt der vom Fluid (Dichte ρ) auf den Zylinder wirkenden Kraft.



Lösung:

$$F_x = -\rho \cdot g \cdot R \cdot l \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot y_M$$

$$F_y = \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot l\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{y_M}{R} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \pi\right)$$

$$\alpha = \arctan\left(1 - 4{,}04 \cdot \frac{R}{y_M}\right)$$

H-22 – Gasleitung mit U-Rohr-Manometer

Der Druck in der Ebene (A) einer vertikalen Gasleitung wird mit einem U-Rohr-Manometer gemessen. ~~Die Dichte der Luft und des Gases seien mit der Höhe näherungsweise konstant.~~

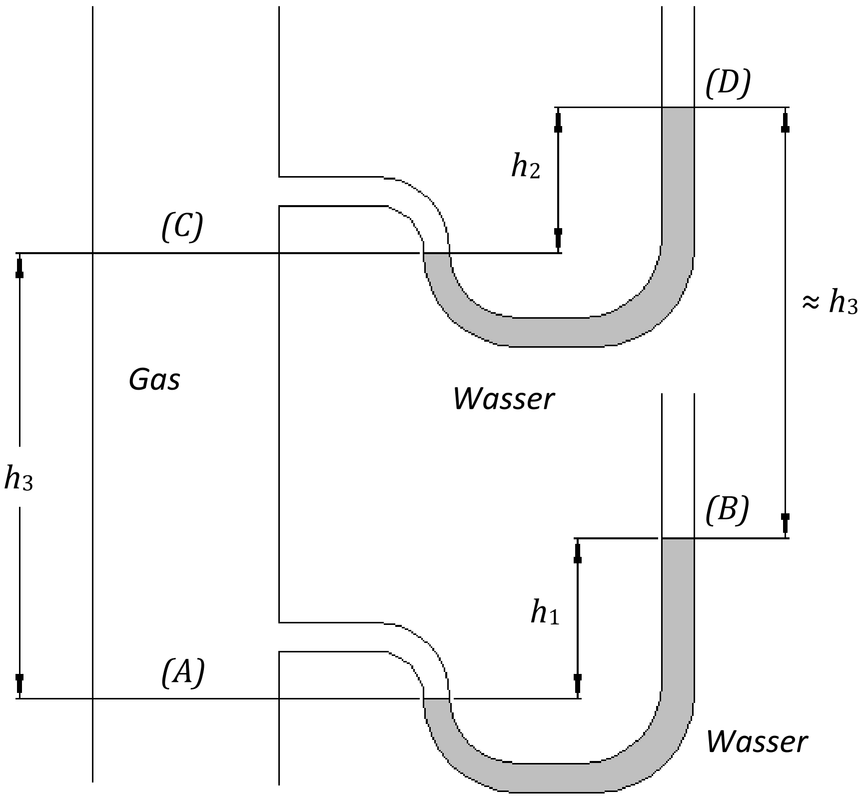
Gegeben: $h_1 = 0{,}1\ \mathrm{m}$ $\quad h_3 = 32\ \mathrm{m}$ $\quad g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

$\varrho_{Luft} = 1{,}25\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad \varrho_{Gas} = 0{,}5\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad \varrho_{Wasser} = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$

Gesucht:

a) Höhe der Wassersäule h_2

b) Überdruck des Gases in der Ebene (C)



Lösung:

a) $h_2 = 0{,}124\ \mathrm{m}$

b) $p_{Ü,CD} = 1216{,}7347\ \mathrm{Pa}$

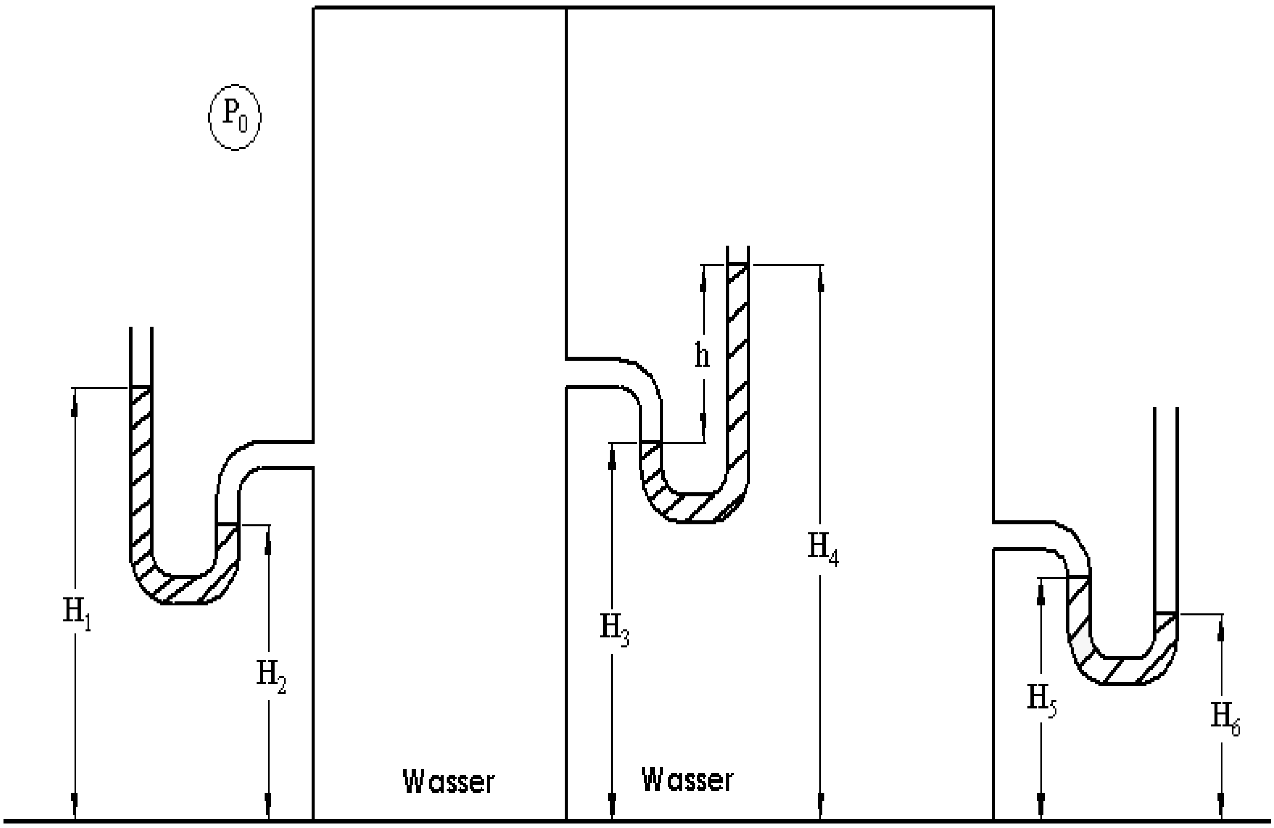
H-23 – Druckunterschied zwischen zwei Behältern

Zur Bestimmung des Druckunterschiedes zwischen zwei Behältern, ermittle man die Höhe h der Quecksilbersäule im mittleren Manometer.

<u>Gegeben:</u> $\rho_w = 10^3\ kg/m^3$ $\quad \rho_{Hg} = 13500\ kg/m^3$

$H_1 = 10\ m$ $\quad H_2 = 9{,}5\ m$

$H_5 = 7\ m$ $\quad H_6 = 6\ m$

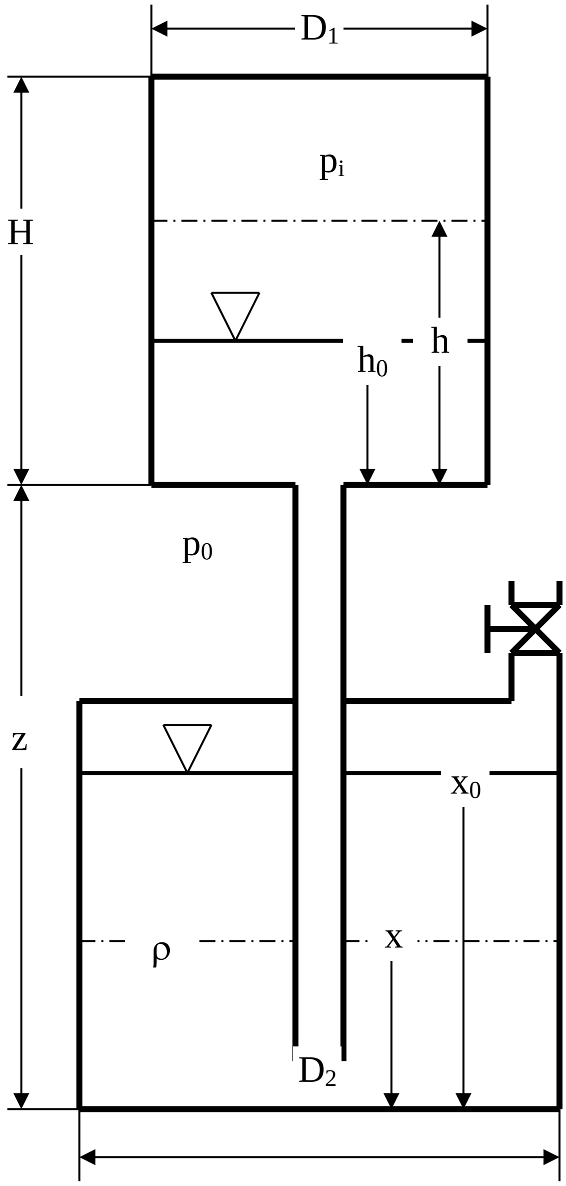


Lösung:

h = 1,82 m

H-24 – Unterdruckbehälter 1

Ein Behälter (Ø D_1) ist bis zur Höhe h_0 mit Wasser gefüllt. Das Restvolumen nimmt ein ideales Gas (ideale Zustandsgleichung: $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$) mit dem Anfangsdruck p_{i0} ein. Durch ein Rohr ist der Behälter mit einem zweiten Behälter (Ø D_2) verbunden, der bis zu x_0 gefüllt ist und mit einem Sperrventil gegen die Umwelt abgeschlossen ist.



Nach Öffnen des Sperrventils erfolgt der Druckausgleich. Die Zustandsänderung des eingeschlossenen Gases verläuft isotherm. Der Gasdruck in Behälter 1 ändert sich zu p_i, der Wasserspiegel steigt auf h. In Behälter 2 fällt der Wasserspiegel auf x.

1. Für einen bestimmten Innendruck p_{i*} kommt es nach dem Öffnen des Sperrventils zu keinem Anstieg des Wasserspiegels ($\Delta h = 0$)? Wie groß muss p_{i*} für diesen Fall sein?
2. Berechnen Sie die Wasserspiegel h und x nach dem Ende des Druckausgleichs von p_{i0} auf p_i. Wie groß ist p_i.

<u>Gegeben:</u>

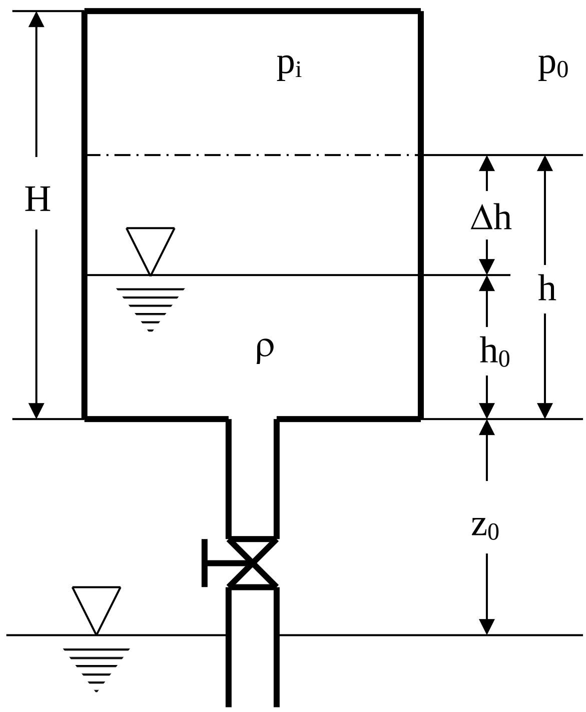
D_1	= 1 m	D_2	= 2 m
x_0	= 1 m	h_0	= 2 m
z	= 2 m	H	= 5 m
g	= 10 m/s^2	p_0	= 1bar
p_{i0}	= 33 kPa	ρ	= 1000 kg/m^3

<u>Lösung:</u>

1. p_{i*} = 70 kPa
2. h = 3,2 x = 0,7 m p_i = 55 kPa

H-25 – Unterdruckbehälter 2

Ein Behälter (Höhe H, Abstand von Wasseroberfläche z_0) ist bis zur Höhe h_0 mit Wasser gefüllt (Dichte ρ). Das Restvolumen wird durch ein ideales Gas (ideale Zustandsgleichung: $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$) mit dem Anfangsdruck p_{i0} bzw. p_{i*} ausgefüllt. Durch ein Rohr mit Sperrventil ist der Behälter mit einem Wasserreservoir verbunden.
Nach Öffnen des Sperrventils erfolgt der Druckausgleich. Die Zustandsänderung des eingeschlossenen Gases verläuft isotherm, der Behälterdruck ändert sich zu p_i, und der Wasserspiegel im Behälter steigt um Δh auf h.



Gegeben:

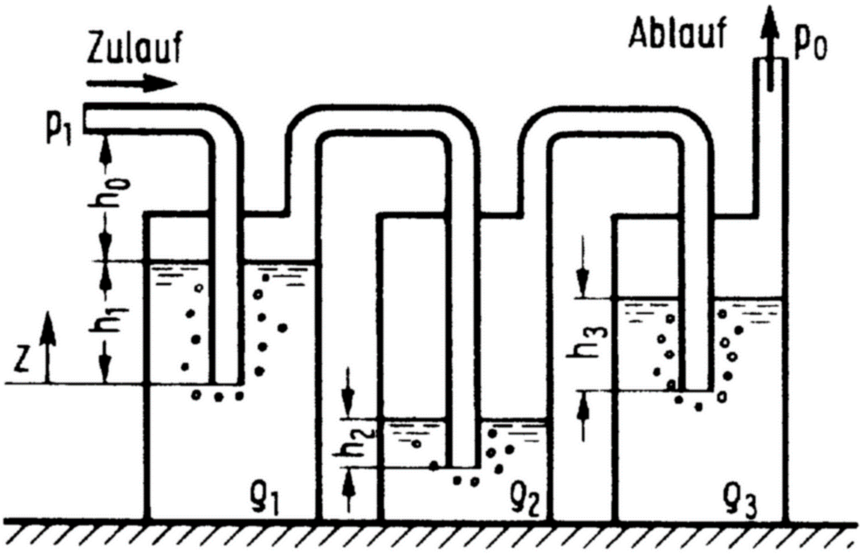
$H = 5$ m
$h_0 = 1$ m
$z_0 = 0{,}5$ m
$p_0 = 1$ bar
$p_{i0} = 32{,}5$ kPa
$g = 10$ m/s^2
$\rho = 1000$ kg/m^3

1. Für einen bestimmten Innendruck p_{i*} kommt es nach dem Öffnen des Sperrventils zu keinem Anstieg des Wasserspiegels ($\Delta h = 0$)? Wie groß muss p_{i*} für diesen Fall sein?
2. Um wie viel steigt der Wasserspiegel nach dem Druckausgleich (Δh) für das gegebene p_{i0}?

Lösung:

1. $p_{i0} = 85$ kPa
2. $\Delta h = 2$ m

H-26 – Reinigung von Gas



In der skizzierten Anordnung wird ein Gas dadurch gereinigt, dass man es langsam durch drei verschieden Flüssigkeiten strömen lässt.

1. Wie groß muss der Zulaufdruck p_1 mindestens sein, damit Gas durch die Anlage strömen kann?
2. Nach Abschluss der Gasreinigung wird der Druck p_1 auf den Ablaufdruck p_0 reduziert. In welcher Höhe h_0 muss der horizontale Zulauf mindestens über dem Flüssigkeitsspiegel im ersten Behälter liegen, damit unter diesen Umständen keine Flüssigkeit in den Zulauf gelangen kann? Hierzu darf angenommen werden, dass die Gasdrücke in den Behältern bei Verminderung des Druckes im Zulauf auf den Wert p_0 unverändert bleiben, und dass der Flüssigkeitsspiegel im Zulaufrohr die neue Gleichgewichtslage so langsam erreicht, dass kein Überschwingen auftritt.

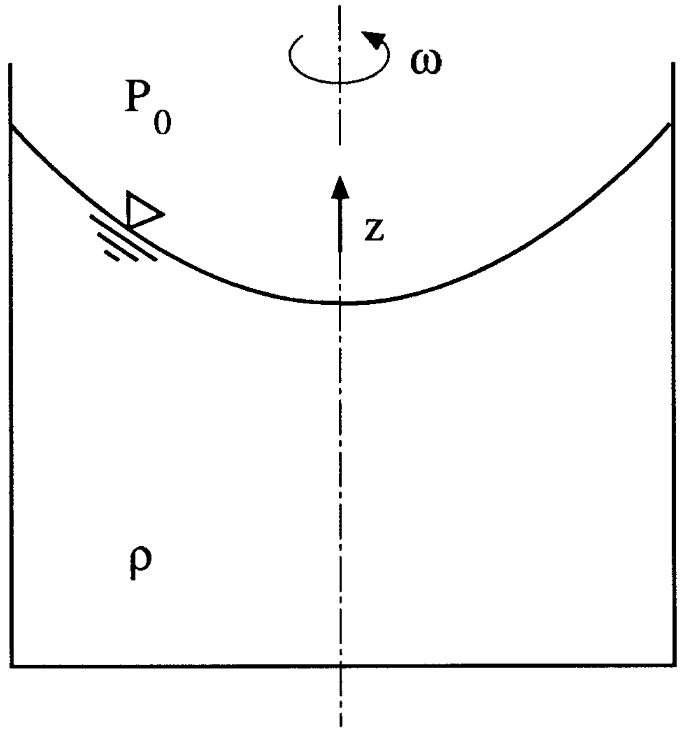
<u>Gegeben:</u>

h_1	$= 0{,}8$ m	h_2	$= 0{,}6$ m	h_3	$= 0{,}3$ m
ρ_1	$= 1110$ kg/m^3	ρ_2	$= 1640$ kg/m^3	ρ_3	$= 780$ kg/m^3
g	$= 10$ m/s^2	p_0	$= 1$ bar		

Lösung:

1. $p_1 > 1{,}2$ bar 2. $h_0 = 1{,}097$ m

H-27 – Rotierende Trommel



Eine zylindrische, mit der Winkelgeschwindigkeit ω gleichförmig rotierende Trommel ist mit einer Flüssigkeit (Dichte ρ) gefüllt.

Bestimmen Sie aus dem Kräftegleichgewicht an einem Fluidelement zunächst die Druckverteilung $p = f(z, r)$ und daraus die Kontur der freien Oberfläche $z = f(r)$.

Lösung:

$$p(z) = p_0 - \rho\, g\, z + \rho\, \omega^2\, r^2/2$$

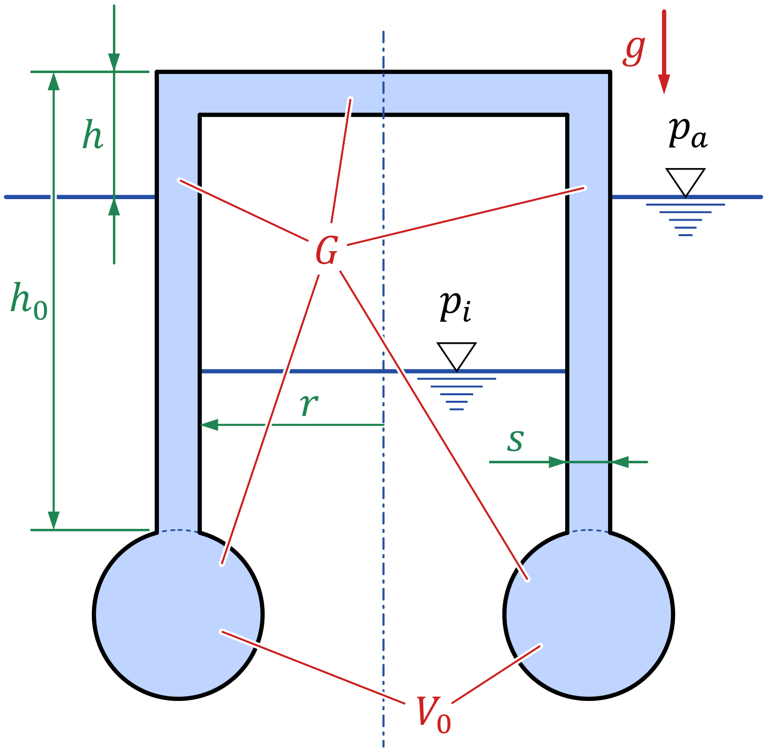
$$z(r) = \frac{(\omega \cdot r)^2}{2g}$$

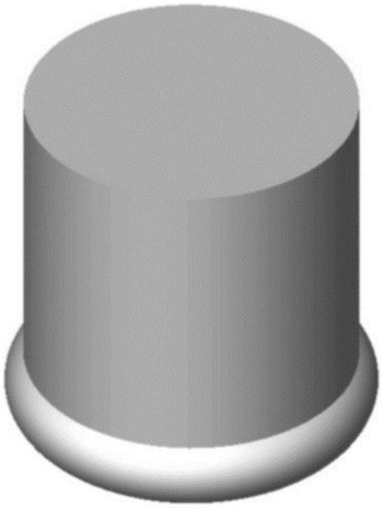
A – Hydrostatischer Auftrieb

A-1 – Bestimmung der nicht eingetauchten Höhe einer Tauchglocke

Eine kreiszylindrische Tauchglocke (Innenradius r, Wandstärke s) mit einem ringförmigen Ballast (Volumen V_0) schwimmt in einer Flüssigkeit der Dichte ϱ. Die Gesamtgewichtskraft von Glocke und Ballast sei G. In der Glocke ist ein Gas eingeschlossen, das unter dem Druck p_i ($p_i > p_a$) steht. Man bestimme die Höhe h als Funktion gegebener Größen.

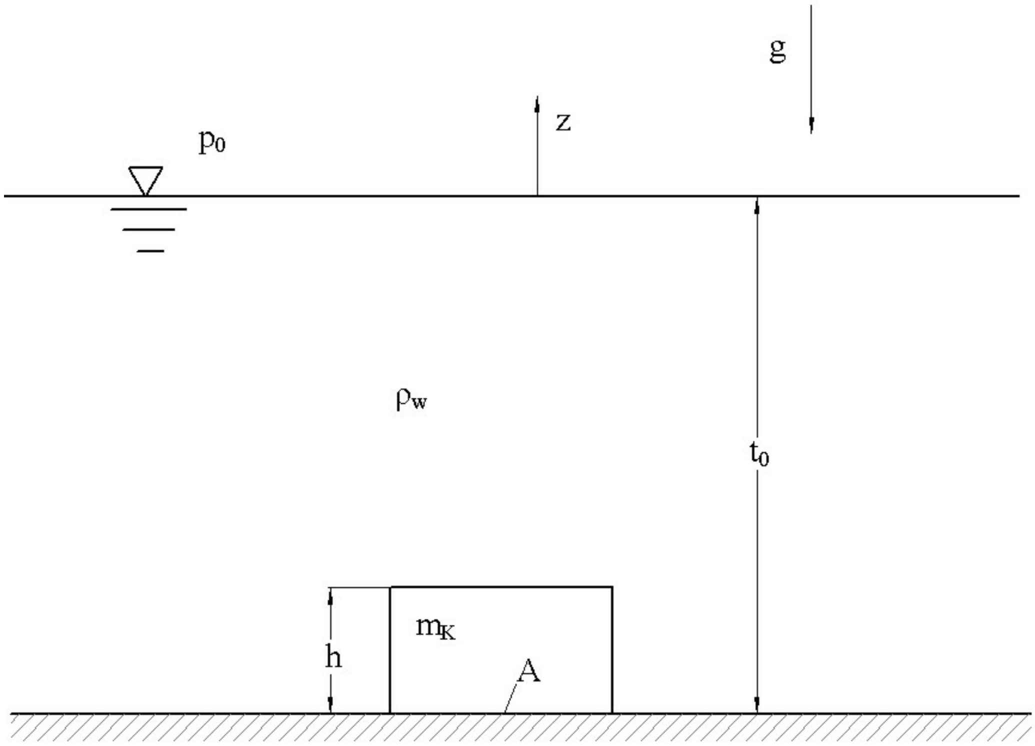
Gegeben: $r, s, h_0, G, V_0, \varrho, p_i, p_a, g$





Lösung: $$h = h_0 + \frac{V_0 + \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot (p_i - p_a) - G}{\varrho \cdot g}}{\pi \cdot (2 \cdot r \cdot s + s^2)}$$

A-2 – Bergen eines auf dem Seeboden liegenden Schiffscontainers



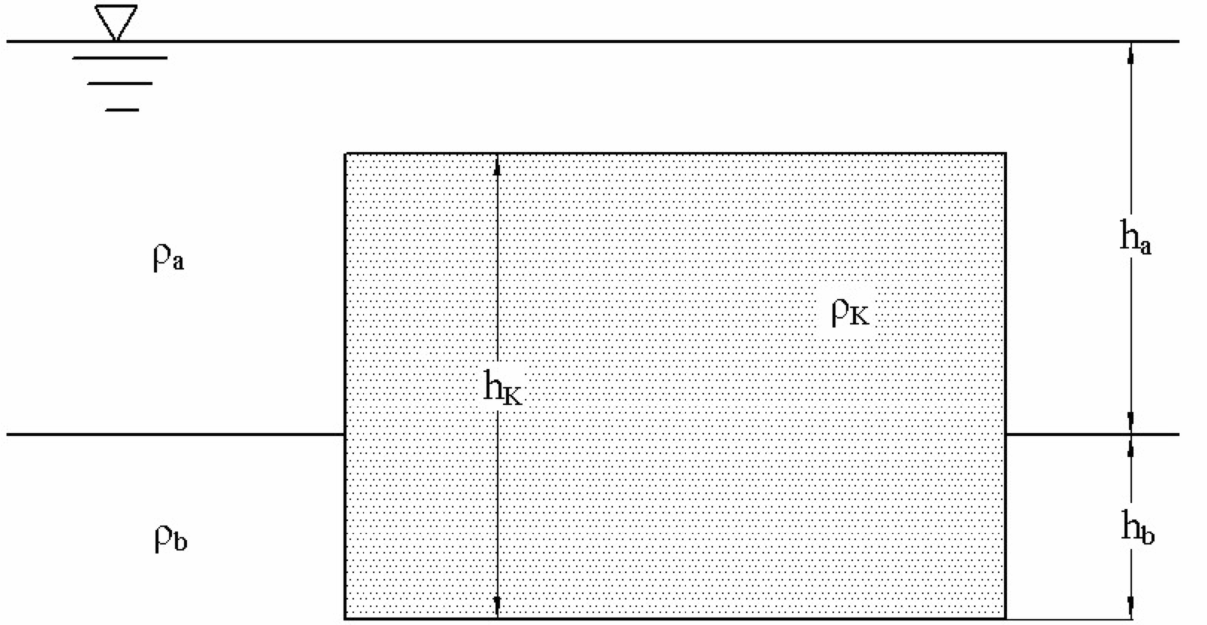
<u>Gegeben:</u> t_0 = 200 m m_k = 16 000 kg
A = 4 m^2 h = 2 m
g = 10 m/s^2 p_0 = 10^5 N/m^2

Ein geschlossener quaderförmiger Schiffscontainer der Masse m_K soll vom Boden eines Sees (Tiefe t_0) geborgen werden. Der Container hat die Grundfläche A sowie die Höhe h. Die Dichte des Seewassers beträgt ρ_w = 1000 kg/m^3. Der Außendruck sei p_0.

a) Stellen Sie eine Kräftebilanz für den vollflächig auf dem Seeboden liegenden Container auf.
b) Wie groß muss die Bergungskraft F_0 mindestens sein, um den Container aus der Tiefe t_0 zu bergen?
c) Wie groß muss die Bergungskraft F_0 mindestens sein, wenn der Container bis zu einer Tiefe t_1 ($h < t_1 < t_0$) gehoben worden ist?
d) Wie groß muss die Bergungskraft F_0 mindestens sein, wenn der Container gerade um Δh = 1 m aus der Wasseroberfläche herausragt?
e) Wie lässt sich die größte Bergungskraft reduzieren? Nennen Sie praktische Maßnahmen!

Lösung: a) $F_B = F_G + F_p$ b) $F_0 \geq 8{,}48 \cdot 10^6$ N c) $F_0 \geq 8 \cdot 10^4$ N
d) $F_0 \geq 1{,}2 \cdot 10^5$ N e) Belüften usw.

A-3 – Auf der Grenzfläche zweier geschichteter Flüssigkeiten schwimmender Körper



Gegeben: $h_K = 0{,}15\ \mathrm{m}$ $\qquad \varrho_a = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$\varrho_b = 13\,550\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ $\qquad \varrho_K = 7860\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

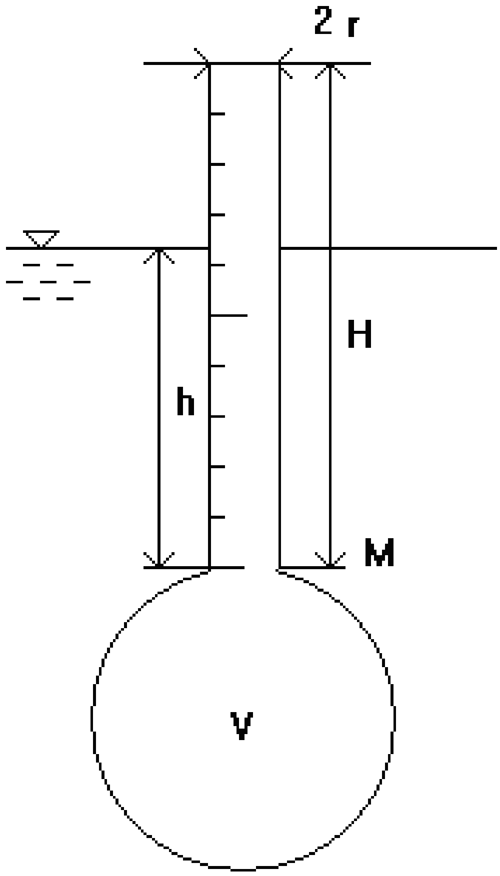
Ein zylindrischer Körper der Höhe h_K und der Dichte ϱ_K schwimmt auf der Grenzfläche zweier übereinandergeschichteter Flüssigkeiten der Dichten ϱ_a und ϱ_b ($\varrho_b > \varrho_a$). Es sei $h_a > h_K$, d. h. der Körper taucht völlig in der Flüssigkeit a unter.

Bis zu welcher Tiefe h_b taucht der Körper in die Flüssigkeit b ein?

Lösung: $\mathrm{h_b} = 0{,}082\ \mathrm{cm}$

A-4 – Dichtemessung einer Flüssigkeit mit dem Aerometer

Zur Dichtemessung von Flüssigkeiten werden oft Aerometer verwendet. Das Aerometer besteht aus einem Kunststoffkörper mit anschließendem zylindrischen Hals (Radius r_0, Gesamtmasse m). Der Inhalt des Aerometer unterhalb der Marke M sei V_0



<u>Gegeben:</u>

$m = 4\,\pi \cdot 10^{-3}$ kg

$r_0 = 2$ mm

$V_0 = 4\,\pi$ cm^3

1. Geben Sie einen Ausdruck für die Dichte ρ als Funktion der Tauchtiefe h an !
2. Berechnen Sie die Dichte ρ für $h = 0{,}1$ m!
3. In welchem Messbereich (ρ_{min}, ρ_{max}) ist das Aerometer einsetzbar, wenn die Skalenhöhe $H = 0{,}3$ m beträgt?

Lösung:

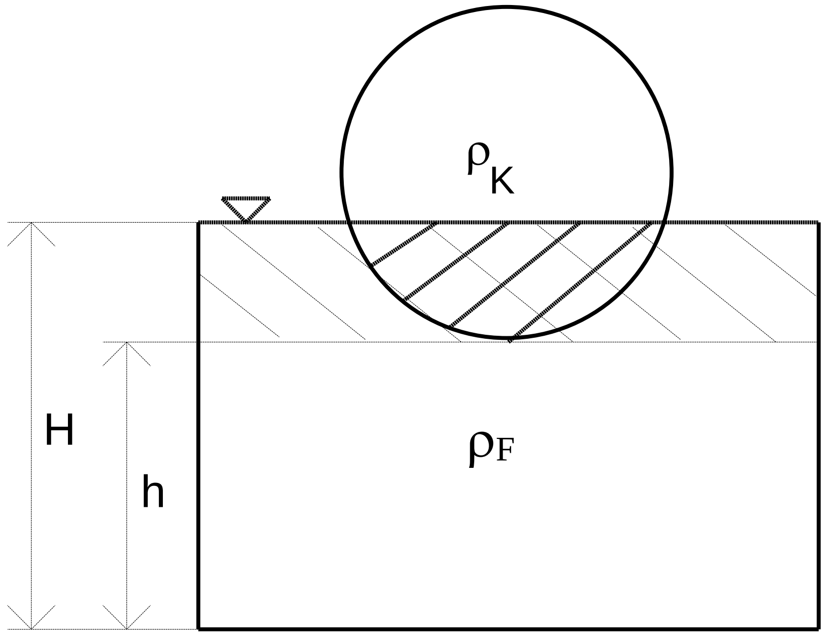
1.) $$\rho = \frac{m}{V_0 + \pi \cdot r_0^2 \cdot h}$$

2.) $$\rho = 909{,}09\ \mathrm{kg/m^3}$$

3.) $$\rho_{\min} = 769{,}23\ \mathrm{kg/m^3} \qquad \rho_{\max} = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$$

A-5 – Maximales Volumen eines auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körpers

Ein zylindrisches Gefäß (Grundfläche A, Höhe H) ist bis zur Höhe h mit Flüssigkeit der Dichte ρ_F gefüllt. Welches Volumen V_K darf ein auf die Flüssigkeit gesetzter Körper der Dichte $\rho_K < \rho_F$ höchstens haben, damit das Gefäß nicht überläuft?

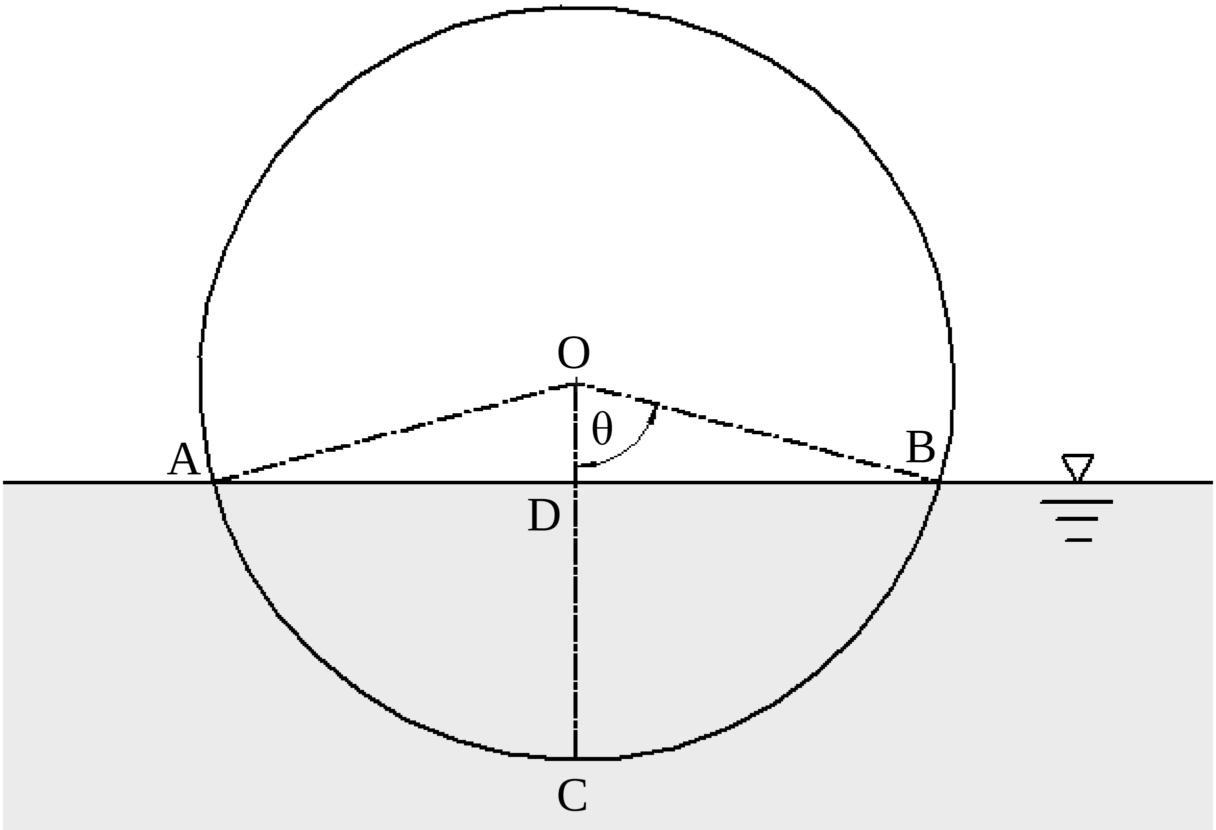


Lösung:

$$V_K = \frac{\rho_F}{\rho_K} \cdot A(H - h)$$

A-6 – Eintauchtiefe eines schwimmenden Körpers

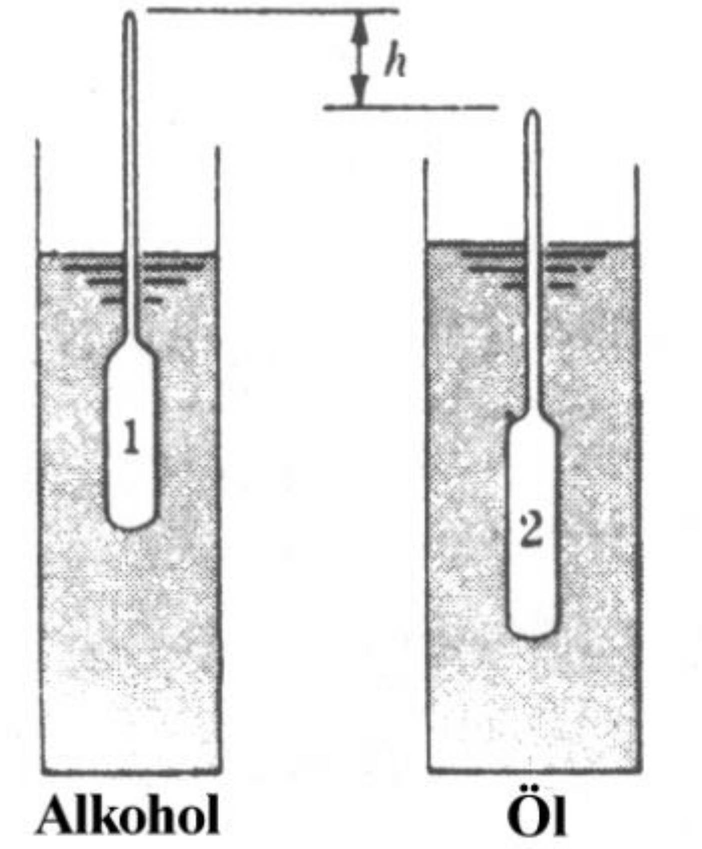
Bis zu welcher Tiefe wird ein Holzzylinder (ρ = 425 kg/m^3) mit einem Durchmesser von 2,40 m und einer Länge 4,50 m in Süßwasser (ρ = 1000 kg/m^3) eintauchen?



Lösung: DC = 1,057 m

A-7 – Aerometer

Ein Aerometer mit einer Masse von 2,2 g besitzt am oberen Ende einen zylindrischen Hals mit einem Durchmesser von 0,28 cm. Um wie viel tiefer wird es in Öl der Dichte $\varrho_{Öl} = 780\ kg/m^3$ eintauchen als in Alkohol mit der Dichte $\varrho_{Alkohol} = 821\,\mathrm{kg/m^3}$?

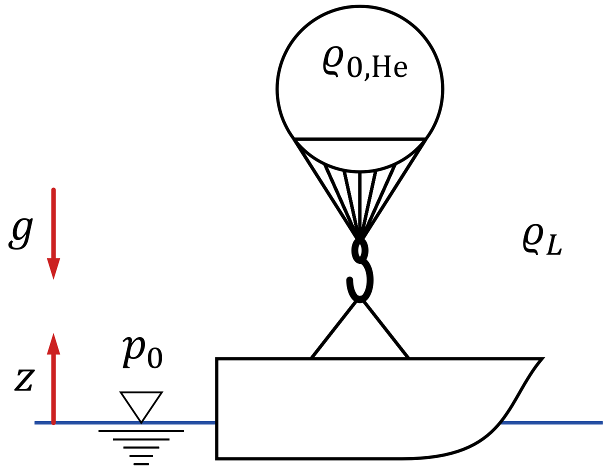


Lösung: $h = 2{,}28\ \mathrm{cm}$

A-8 – Wasserfahrzeug mit Ballon

Ein kombiniertes Luft- und Wasserfahrzeug, bestehend aus einem Ballon und einem Bootskörper, soll eine Nutzlast m_N nach Bedarf auf dem Wasser und dem Landweg transportieren können. Der Ballon wird an der Wasseroberfläche beim herrschenden Außendruck p_0 mit Helium der Dichte $\varrho_{0,\mathrm{He}}$ teilweise gefüllt. Die Gesamtmasse aller Bauteile beträgt $m_F = 2000\ \mathrm{kg}$. Luft und Helium können als ideale Gase betrachtet werden ($R_L = 287\ \mathrm{J/(kg{\cdot}K)}$, $R_{\mathrm{He}} = 2077\ \mathrm{J/(kg{\cdot}K)}$)

Die Temperatur der Füllung sei stets gleich der Umgebungstemperatur!!!



Gegeben:

$\varrho_{0,\mathrm{He}} = 0{,}16\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$g = 10\ \frac{m}{s^2}$

$\varrho_W = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$m_N = 1800\ \mathrm{kg}$

$m_F = 2000\ \mathrm{kg}$

$p_0 = 1\ \mathrm{bar}$

$V_{W,max} = 2{,}5\ \mathrm{m}^3$ (maximal verdrängtes Wasservolumen)

a) Welche Temperatur T herrscht in der Atmosphäre vor, wenn eine isotherme Schichtung der Atmosphäre angenommen wird?

b) Wie groß muss das Füllvolumen $V_{\mathrm{He},min}$ des Ballons mindestens sein, um die Nutzlast m_N bei einer maximalen zulässigen Wasserverdrängung $V_{W,max}$ auf dem Wasserweg transportieren zu können?

c) Berechnen Sie für den Fall b) das Gewicht F_{GF} der Ballonfüllung!

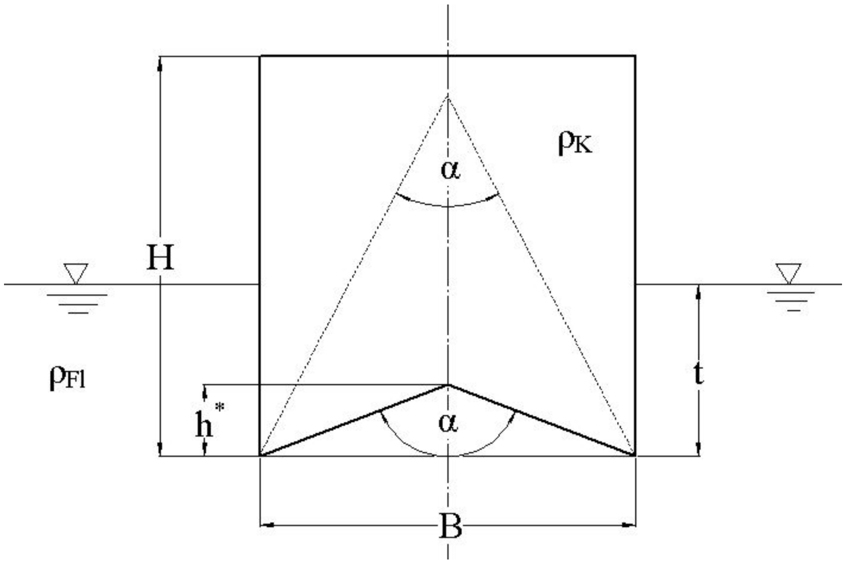
Lösung: a) $T = 300{,}9\ \mathrm{K}$ b) $V_{\mathrm{He},min} = 1303\ \mathrm{m}^3$ c) $F_{GF} = 2084{,}8\ \mathrm{N}$

A-9 – Schwimmender Körper mit prismatischer Aussparung

Ein Körper mit den äußeren Abmessungen H, B, L (L senkrecht zur Blattebene) und der Dichte ϱ_K schwimmt in einer Flüssigkeit der Dichte ϱ_{Fl}. Die prismatische Aussparung (Abmessungen h^*, B, L) soll vom Winkel α abhängig sein.

Gegeben: $H = 1\ \mathrm{m}$ $\quad B = 1\ \mathrm{m}$ $\quad L = 1\ \mathrm{m}$ $\quad h^* = f(\alpha)$

$\varrho_K = 800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ $\quad \varrho_{Fl} = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$



a) Stellen Sie die Kräftebilanz für den schwimmenden Körper auf!
b) Geben Sie eine Gleichung zur Berechnung der Eintauchtiefe t als Funktion des Winkels α an!
c) Bestimmen Sie die max. Eintauchtiefe t_{max} bei $\alpha = \alpha_{min}$!
d) Skizzieren Sie $t = f(\alpha)$ für den Bereich $\alpha_{min} \leq \alpha \leq 180°$!

Lösung:

a) $F_A = F_G$ (Bedingung: Schwimmen)

$F_A = \varrho_K \cdot V_K \cdot g = m_K \cdot g \qquad F_A = \varrho_{Fl} \cdot V_{Fl} \cdot g$

b) $t = \frac{\varrho_K}{\varrho_{Fl}} \cdot H + \frac{\varrho_{Fl} - \varrho_K}{\varrho_{Fl}} \cdot \frac{B}{4} \cdot \frac{1}{tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$ mit $t \geq h^*$

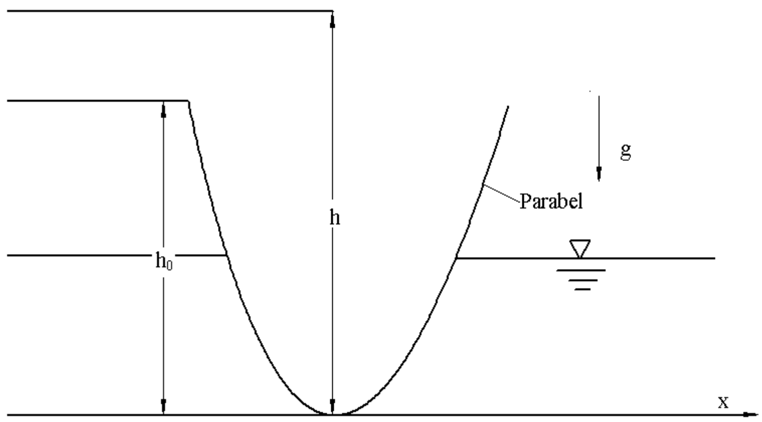
c) $t = t_{max} = 0{,}894\ \mathrm{m}$

d) Diagramm mit $t = \sqrt{\frac{\varrho_K}{\varrho_{Fl}} \cdot B \cdot \left(H - \frac{1}{2} h^*\right) \cdot \frac{1}{tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}$ mit $t < h^*$

A-10 – Schiff mit Stahlblechladung

Ein Schiff der Masse m_S wird mit Stahlblechen der Masse m_B und der Dichte ρ_B beladen. Die Form des Schiffrumpfes lässt sich durch eine Parabel beschreiben. Die Schiffslänge sei L und die Höhe des Schiffes h_0. Bei einer bestimmten Eintauchtiefe h verdrängt das Schiff ein Wasservolumen von $V_M = \frac{4}{3} \cdot L \cdot h_0^2 \cdot \left(\frac{h}{h_0}\right)^{\frac{3}{2}}$.

<u>Gegeben:</u> $m_s = 150 \cdot 10^6$ kg; $m_B = 100 \cdot 10^6$ kg; $\rho_B = 7850$ kg/m³; $\rho_W = 10^3$ kg/m³;
$L = 160$ m; $h_0 = 40$ m



a) Welche Tiefe h_1 erreicht das unbeladene, ruhende Schiff im Wasser?
b) Welche Tiefe h_2 erreicht das beladene Schiff?
c) Wie hoch darf die max. Beladung m_{Bmax} sein, damit die Eintauchtiefe $h_{max} = 35$ m nicht überschritten wird?
d) Welche Beziehung $V_W^*(h)$ ergibt sich für das verdrängte Wasservolumen, wenn die Form des Schiffrumpfes durch die Parabelgleichung $h/L = (x/L)^2$ beschrieben wird?
e) In welchem Fall ist die Wasserverdrängung größer
   I) wenn die Beladung unmittelbar im Wasser versenkt wird,
   II) wenn die Beladung sich im Schiff befindet?

Lösung:

a) $h_1 = 23{,}12$ m b) $h_2 = 32{,}50$ m

c) $m_{Bmax} = 129{,}38 \cdot 10^6$ kg c) $V_W^*(h) = \frac{4}{3} \cdot L^3 \cdot \left(\frac{h_1}{L}\right)^{\frac{3}{2}}$;

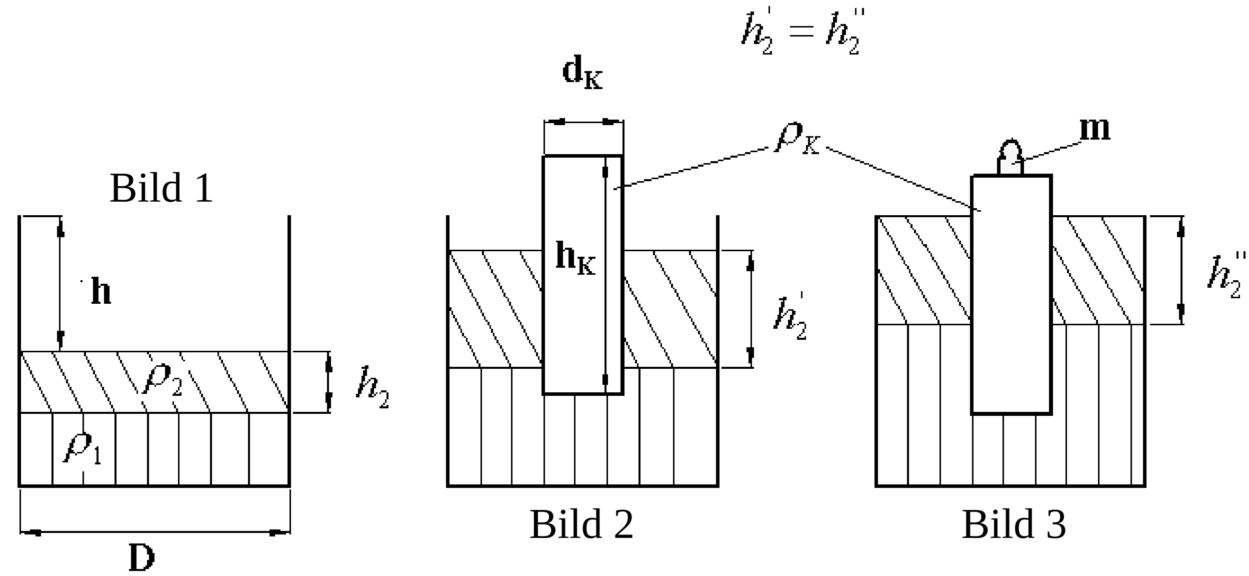
d) im Fall II, da: $V_I = \frac{m_B}{\rho_B}$

$$V_{II} = V_{W_2} - V_{W_1} \Rightarrow V_{II} = \frac{m_S + m_B}{\rho_W} - \frac{m_S}{\rho_W} = \frac{m_B}{\rho_W} = \frac{m_B}{\rho_B} \cdot \frac{\rho_B}{\rho_W}$$

$$\Rightarrow V_{II} = V_I \cdot \frac{\rho_B}{\rho_W} > V_I$$

A-11 – Zylindrischer Behälter mit zwei nicht mischbaren Fluiden

In einem zylindrischen Behälter (ØD) befinden sich zwei nicht mischbare Flüssigkeiten der Dichten ρ_1 und ρ_2. Die Schichthöhe der Flüssigkeit 2 sei h_2. Ein zylindrischer Schwimmkörper (ρ_K, Ød_K, h_K) taucht um 15% seiner Höhe in die Flüssigkeit 1 ein (Bild 2). Bei zusätzlicher Belastung des Schwimmkörpers mit der Masse m beträgt seine Eintauchtiefe in die Flüssigkeit 1 20% seiner Höhe.



1. Berechnen Sie die Schichthöhe h_2' der Flüssigkeit 2
2. Stellen Sie die Kräftebilanzen auf
3. Berechnen Sie die Dichten ρ_1 und ρ_2 für m = 0,7 kg.
4. Wie groß darf die Masse m höchstens sein, damit die Flüssigkeit nicht überläuft? Die von der Flüssigkeitsoberfläche gemessene Behälterhöhe sei h.

Gegeben:

D	= 0,2 m	m	= 0,7 kg	h_2	= 0,0875 m		
d_K	= 0,15 m	h_K	= 0,6 m	ρ_K	= 500 kg/m³	h	= 0,3 m

Lösung:

a) $h_2' = h_2'' = 0{,}2$ m

b) Bild 2: $$\frac{\pi \cdot d_k^2}{4} \cdot g \cdot \left(\rho_1 \cdot h_1^{'} + \rho_2 \cdot h_2^{'}\right) = \frac{\pi \cdot d_k^2}{4} \cdot \rho_K \cdot h_K \cdot g$$

Bild 3 $$\frac{\pi \cdot d_k^2}{4} \cdot g \cdot \left(\rho_1 \cdot h_1^{''} + \rho_2 \cdot h_2^{'}\right) = \frac{\pi \cdot d_k^2}{4} \cdot \rho_K \cdot h_K \cdot g + m \cdot g$$

c) ρ_1 = 1320,4 kg/m³ $\qquad$ ρ_2 = 905,82 kg/m³

d) m < 5,6778 kg

A-12 – Stratosphärenballon

Ein Stratosphärenballon wird am Boden (ϱ_0, p_0) mit Wasserstoff der Dichte ϱ_{H2} nur teilweise gefüllt. Beim Aufstieg (polytrope Atmosphäre, $\kappa = 1{,}235$) bläht sich die Füllung auf das Volumen V_1 auf. Die Temperatur der Füllung ist stets gleich der Umgebungstemperatur. Die Ballonhülle mit Lastkorb (ohne Wasserstofffüllung) hat das Gewicht G. Das Volumen der Konstruktion (Korb, Hülle, usw.) ist vernachlässigbar.

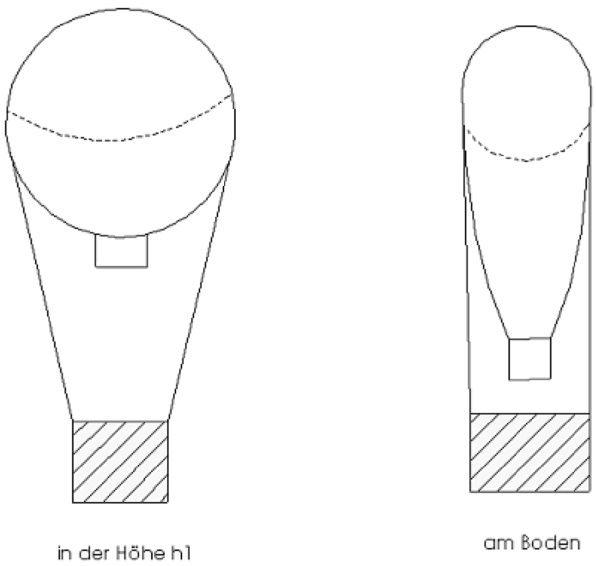
a) Wie groß muss das Anfangsvolumen der Wasserstofffüllung am Boden gewählt werden, damit der Ballon genau bis zur Höhe h_1 aufsteigt?
b) Berechnen Sie die Beschleunigung a_0 des Ballons zu Beginn des Aufstiegs.

Barometrische Höhenformel: $p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\varrho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}}$

Polytrope Zustandsgleichung: $\frac{\varrho}{\varrho_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$

Gegeben:

$\varrho_{H2} = 0{,}086\ \mathrm{kg/m^3}$	$\varrho_0 = 1{,}225\ \mathrm{kg/m^3}$	$p_0 = 1\ \mathrm{bar}$	$\kappa = 1{,}235$
$V_1 = 1400\ \mathrm{m^3}$	$G = 5850\ \mathrm{N}$	$h_1 = 10\ \mathrm{km}$	$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$



Lösung:

a) $V_0 = 602{,}476\ \mathrm{m^3}$
b) $a_0 = 1{,}361\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$

A-13 – Wetterballon in isothermer Atmosphäre

Ein Wetterballon mit der Masse m und dem Anfangsvolumen V_0 steigt in einer isothermen Atmosphäre auf. Bis zum Erreichen des maximalen Volumens V_1 ist die Hülle schlaff. Die barometrische Höhenformel lautet:

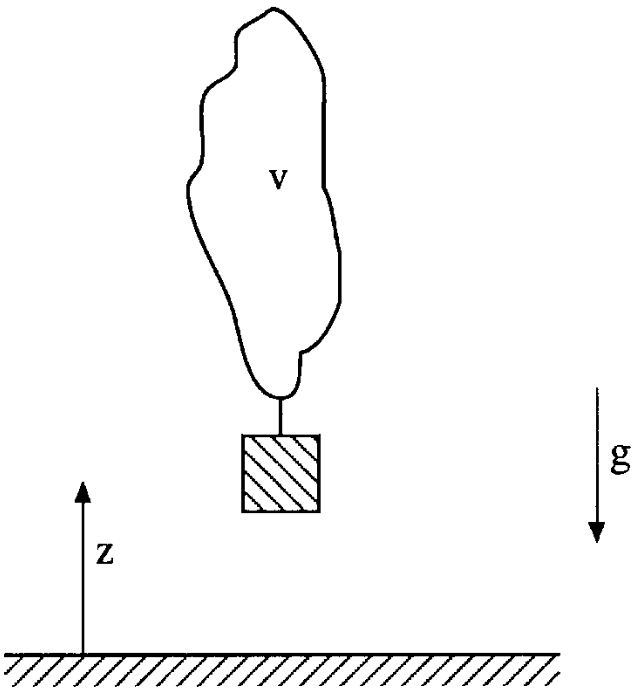
$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\varrho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}}$$

a) Mit welcher Kraft F_H muss der Ballon am Boden festgehalten werden?
b) In welcher Höhe erreicht der Ballon das Volumen V_1?
c) Wie hoch steigt der Ballon (h_2) bei maximalem Volumen?

Gegeben:

$p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ $\varrho_0 = 1{,}27 \text{ kg/m}^3$ $V_0 = 2{,}8 \text{ m}^3$ $m = 2{,}5 \text{ kg}$

$g = 10 \text{ m/s}^2$ $R_s = 287 \frac{J}{kg \cdot K}$ $V_1 = 9{,}81 \text{ m}^3$



Lösung:

a) $F_H = 10{,}359 \text{ N}$

b) $h_1 = 10{,}217 \text{ km}$

c) $h_2 = 13{,}046 \text{ km}$

EoV – Energie- und Massenerhaltungssatz ohne Verluste

EoV-1 – Druckabsenkung in der Düse eines Feuerwehrschlauches

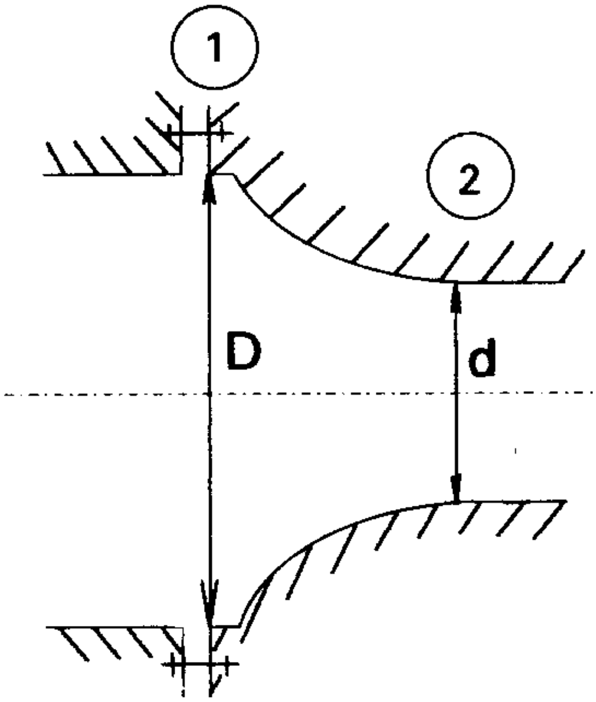
Aus der Düse eines Feuerwehrschlauches (Eintrittsdurchmesser D, Austrittsdurchmesser d) tritt der Volumenstrom $\dot{V}$ aus. Die Strömung sei reibungsfrei und inkompressibel.

Gegeben:

$\dot{V} = 0{,}07\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$ $\qquad D = 0{,}09\ \mathrm{m}$ $\qquad d = 0{,}03\ \mathrm{m}$ $\qquad \varrho = 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Gesucht:

$\Delta p = \dot{p}_1 - p_2$



Lösung: $\Delta p = 48{,}429\ \mathrm{bar}$

EoV-2 – Wasserversorgung eines Hauses aus einem Druckbehälter
Ein Haus wird aus einem großen geschlossenen Druckbehälter mit Wasser versorgt.

a) Wie groß sind die Ausflussgeschwindigkeiten w_2, w_3, w_4 in den drei Stockwerken?

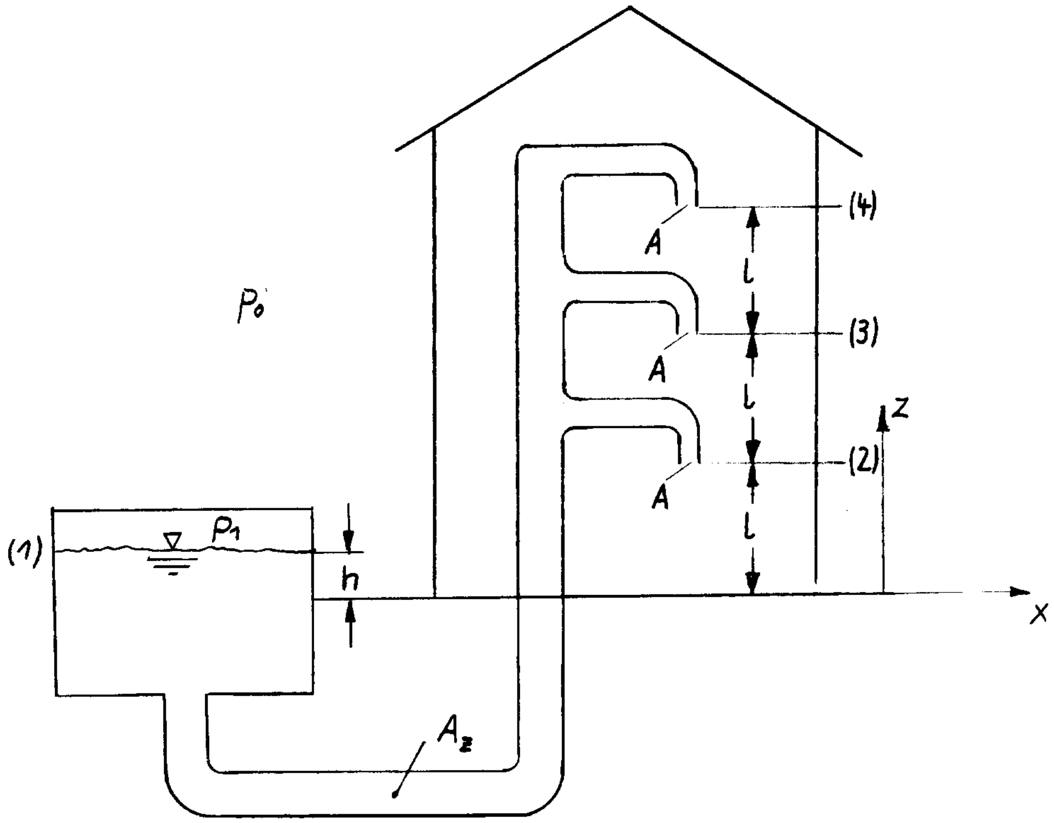
b) Wie groß ist die Zuflussgeschwindigkeit w_z im Zuflussrohr (es strömt Wasser durch alle drei Ausflüsse gleichzeitig)?

c) Bis zu welcher Höhe l_{max} kann gerade noch Wasser gefördert werden?

Die Reibungsverluste sollen vernachlässigt werden. Die Austrittsquerschnitte in den drei Stockwerken seien A, der Querschnitt des Zuflussrohres sei $A_z = 3 \cdot A$.

Gegeben:

$p_1 = 2$ bar	$p_0 = 1$ bar	$g = 9{,}81$ m/s^2
$h = 1$ m	$l = 3$ m	$\rho = 10^3$ kg/m^3



Lösung:

a) $w_2 = 12{,}679$ m/s $\quad w_3 = 10{,}095$ m/s; $\quad w_4 = 6{,}56$ m/s

b) $w_z = 9{,}778$ m/s

c) $l_{max} = 11{,}194$ m

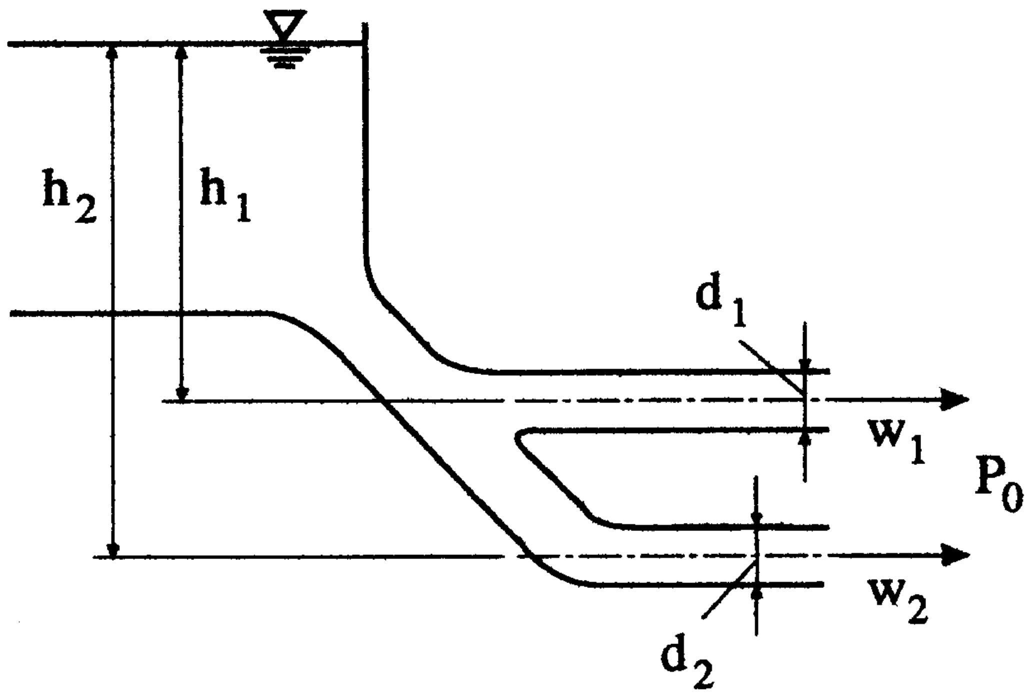
EoV-3 – Hochgelegener Behälter mit zwei Ausflussstellen

Aus einem hochgelegenen Behälter fließt Wasser reibungsfrei durch ein Rohrsystem mit zwei Ausflussstellen.

Gegeben:

$h_1 = 1{,}5$ m
$h_2 = 6$ m
$g = 9{,}81$ m/s^2

a) Wie groß sind die Ausflussgeschwindigkeiten w_1 und w_2?
b) Wie muss das Querschnittsverhältnis A_1/A_2 gewählt werden, damit an beiden Ausflussstellen gleiche Mengen ausfließen?



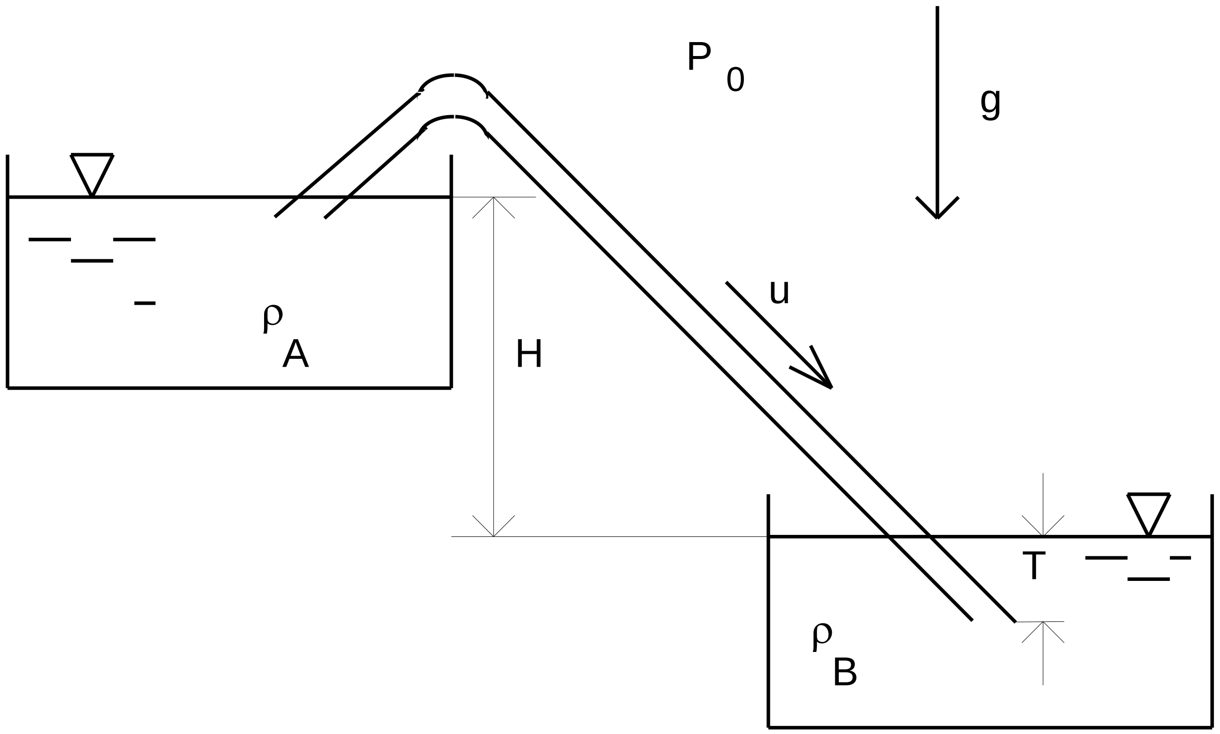
Lösung : a) $w_1 = 5{,}425\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ $\qquad w_2 = 10{,}85\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{w_2}{w_1} = 2$

EoV-4 – Wasserleitung aus einem höhergelegenen Tank in einen tiefer gelegenen Behälter

Aus einem großen Behälter wird eine Flüssigkeit der Dichte ϱ_A durch ein dünnes Rohr in einen um die Höhe H tiefer liegenden Behälter geleitet. In dem unteren Behälter befindet sich eine Flüssigkeit der Dichte ϱ_B. Die Ausflussöffnung des Rohres befindet sich um die Höhe T unterhalb des Flüssigkeitsspiegels. Die Strömung sei reibungsfrei.

Gegeben: $H, T, \varrho_A, \varrho_B, g$



a) Mit welcher Geschwindigkeit w_2 tritt die Flüssigkeit A in die Flüssigkeit B ein?
b) Wie groß muss das Dichteverhältnis ϱ_A/ϱ_B sein, damit w_2 stets größer als null ist?

Lösung:

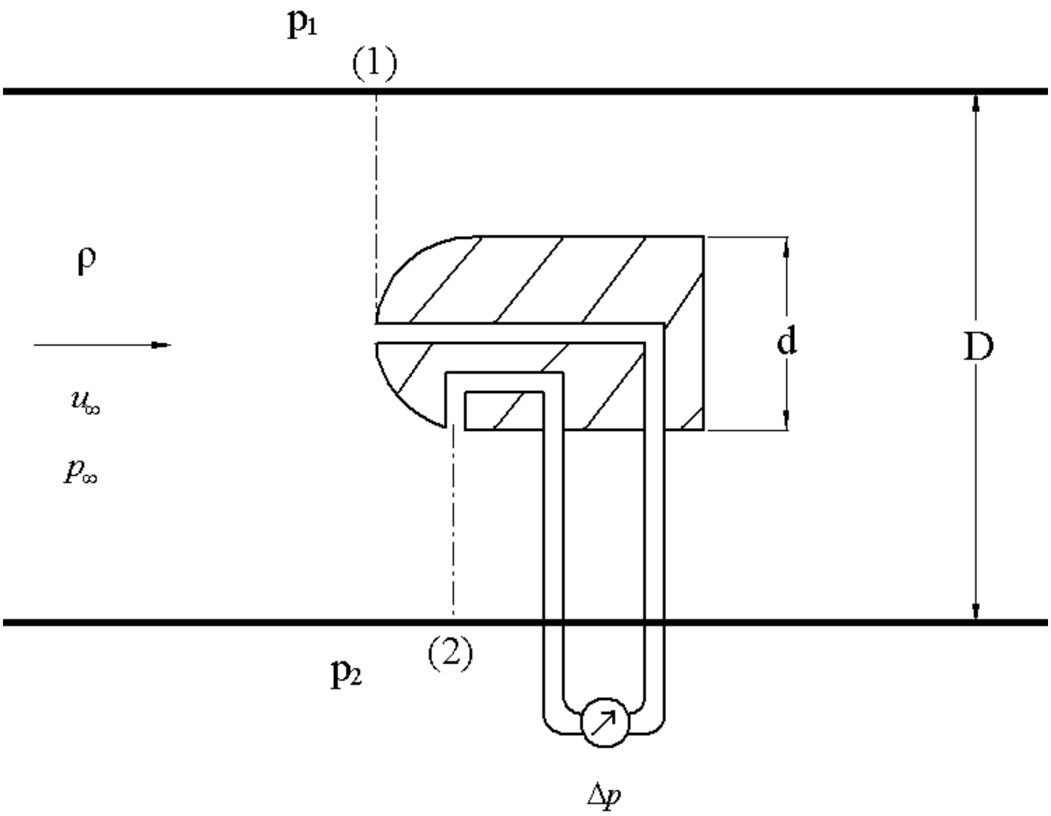
a) $w_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H+T) - 2 \cdot \frac{\varrho_B}{\varrho_A} \cdot g \cdot T}$

b) $\frac{\varrho_B}{\varrho_A} < 1 + \frac{H}{T}$

EoV-5 – Geschwindigkeitsmessung mit einem Prandtl-Rohr

Bei der Geschwindigkeitsmessung in einem Rohr (Durchmesser D) mit einem Prandtl-Rohr (Durchmesser d) wird die Druckdifferenz $\Delta p = p_1 - p_2$ abgelesen.
Die Strömung ist inkompressibel und stationär; Reibung an den Wänden ist vernachlässigbar.

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit u_∞.



Lösung:

$$u_\infty = \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$$

EoV-6 – Bestimmung des Volumenstromes durch ein Fallrohr über Meniskenverschiebung

Aus einem großen Behälter mit konstanter Spiegelhöhe strömt eine Flüssigkeit der Dichte ρ_a über ein Fallrohr aus. Der Volumenstrom $\dot{V}$ wird durch eine Austrittsdüse mit verstellbarem Querschnitt geregelt. An das Fallrohr mit der Querschnittsfläche A ist ein U-Rohr angeschlossen, das mit einer Flüssigkeit der Dichte ρ_b gefüllt ist ($\rho_b > \rho_a$).

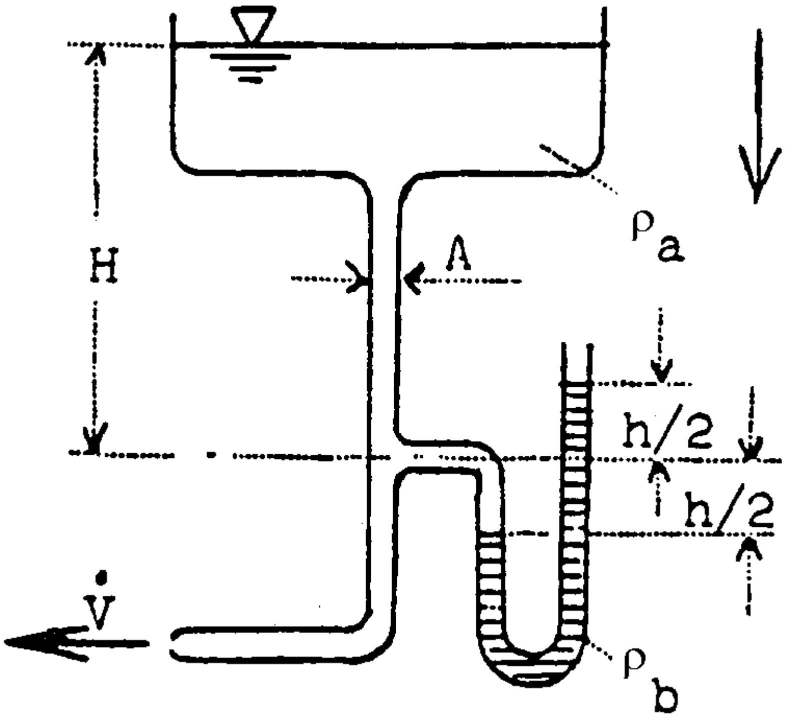
Gegeben:

H = **6** m, A = 0,01 m², ρ_a = 1000 kg/m³, ρ_b = 13550 kg/m³,

$h_0 - h$ = 0,391 m

a) Wie groß ist der Höhenunterschied h_0 der Menisken im U-Rohr bei geschlossener Austrittsdüse ($\dot{V} = 0$, Zustand 0)?

b) Geben Sie den Volumenstrom $\dot{V}$ als Funktion der Meniskenverschiebung $\Delta h = h_0 - h$ an!



Lösung:

a) $h_0 = \dfrac{H}{\dfrac{\rho_B}{\rho_A} - \dfrac{1}{2}} = 0{,}4598$ m

b) $\dot{V} = w_2 \cdot A = 0{,}1$ m³/s $\quad w_2 = \sqrt{2 \cdot g\left(\dfrac{\rho_B}{\rho_A} - \dfrac{1}{2}\right)(h_0 - h)} = 10$ m/s

EoV-7 – Bestimmung des Volumenstromes zwischen zwei Behältern

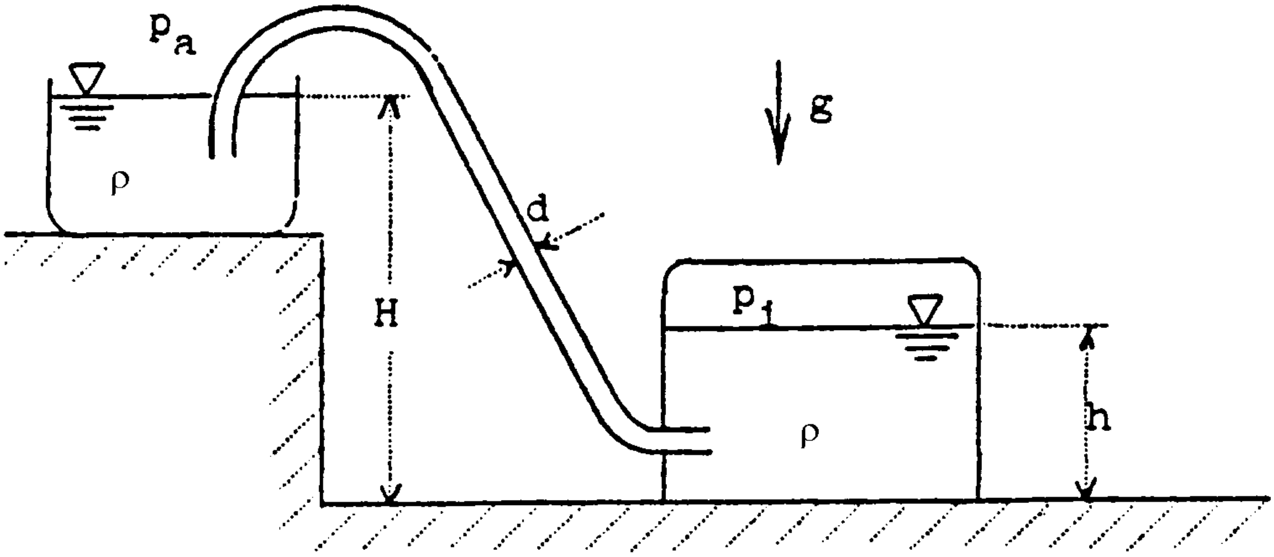
Aus einem großen offenen Behälter mit der Spiegelhöhe H wird eine Flüssigkeit der Dichte ρ durch ein dünnes Rohr mit dem Durchmesser d in einen tiefer liegenden großen und geschlossenen Behälter geleitet. Die Spiegelhöhe im unteren Behälter ist h und der Innendruck p_i. Die Niveauhöhen seien in beiden Behältern zeitlich konstant und der Einfluss der Reibung im Rohr vernachlässigbar.

<u>Gegeben:</u> H, h, d, p_a, p_i, ρ, g

a) Wie groß ist der Volumenstrom im Rohr?

b) Unter welcher Bedingung für $p_i - p_a$, wird die Flüssigkeit in den unteren Behälter einfließen, vom unteren Behälter in das dünne Rohr einfließen, die Austrittsgeschwindigkeit gleich Null sein?

c) An welcher Stelle im Rohr hat der statische Druck den kleinsten Wert?



Lösung:

a) bei $\frac{2}{\rho}(p_i - p_a) < 2g(H-h)$ fließt die Flüssigkeit ein-

b) $\dot{V} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_a - p_i) + 2g(H-h)}$

c) im oberen Teil der ersten Krümmung

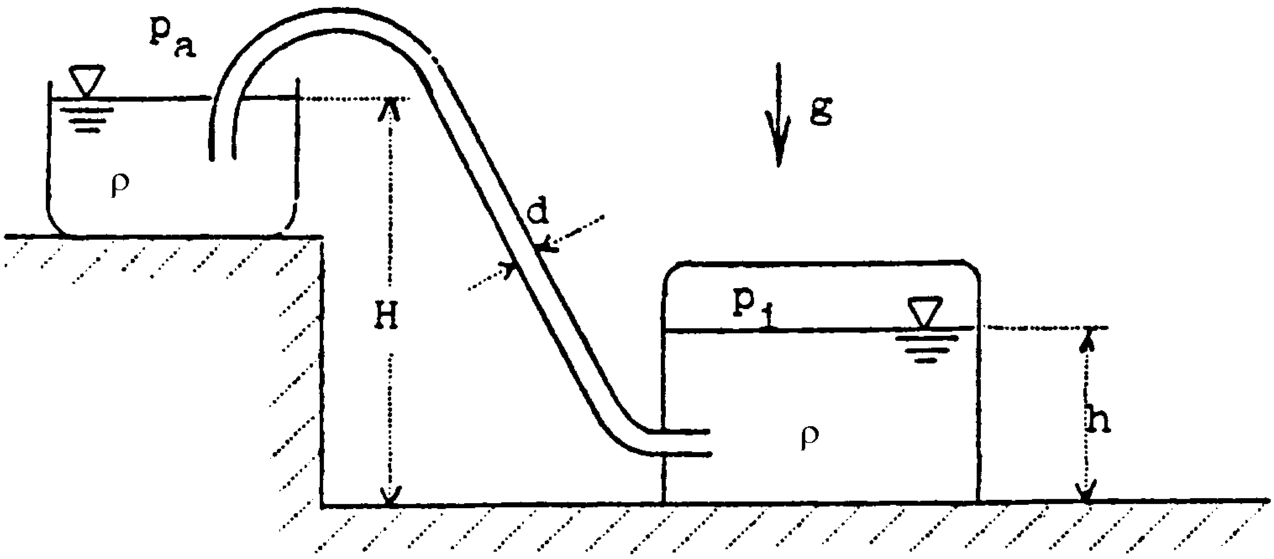
EoV-7a – Bestimmung des Volumenstromes zwischen zwei Behältern

Aus einem großen offenen Behälter mit der Spiegelhöhe H strömt ein inkompressibles Fluid durch ein Kreisrohr mit dem Durchmesser d in einen tiefer liegenden großen und geschlossenen mit der Spiegelhöhe h und dem Innendruck p_i. Die Niveauhöhen seien in beiden Behältern zeitlich konstant und der Einfluss der Reibung im Rohr vernachlässigbar.

<u>Gegeben:</u> H, h, d, p_a, p_i, ρ, g

d) Wie groß ist der Volumenstrom im Rohr?

e) An welcher Stelle im Rohr hat der statische Druck den kleinsten Wert?

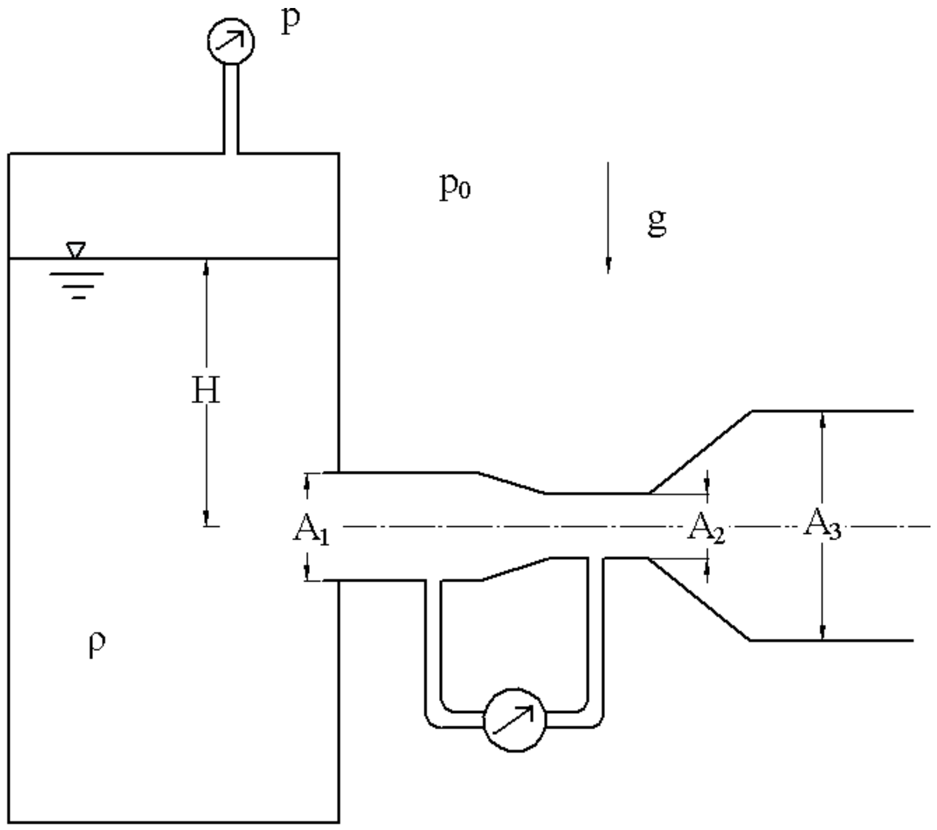


Lösung:

a) $\dot{V} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_a - p_i) + 2g(H-h)}$

b) im oberen Teil der ersten Krümmung

EoV-8 – Geschwindigkeitsmessung mittels U-Rohr-Manometer



Gegeben: $A_1 = 0{,}3\ \text{m}^2$ $\quad A_2 = 0{,}1\ \text{m}^2$ $\quad A_3 = 0{,}2\ \text{m}^2$

$H = 1\ \text{m}$ $\quad \rho = 10^3\ \text{kg/m}^3$ $\quad p_0 = 10^5\ \text{N/m}^2$

$g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ $\quad \Delta p = 0{,}64 \cdot \text{bar}$

In der skizzierten Anordnung strömt Wasser reibungsfrei aus einem großen Behälter ins Freie. Ein U-Rohr-Manometer zeigt zwischen den Querschnitten A_1 und A_2 die Druckdifferenz $\Delta p = p_1 - p_2$ an. Die Sinkgeschwindigkeit des Wasserspiegels im Behälter kann vernachlässigt werden.

1. Wie groß sind die Geschwindigkeiten w_1, w_2 und w_3?
2. Wie groß sind die Drücke p_1, p_2 und p_3?
3. Wie groß ist der Druck p am Behälterdeckel?

Lösung:

1.) $w_1 = 4\ \text{m/s}$ $\quad w_2 = 12\ \text{m/s}$ $\quad w_3 = 6\ \text{m/s}$

2.) $p_1 = 1{,}1 \cdot \text{bar}$ $\quad p_2 = 0{,}46 \cdot \text{bar}$ $\quad p_3 = p_0 = 1\ \text{bar}$

3.) $p = 1{,}082\ \text{bar}$

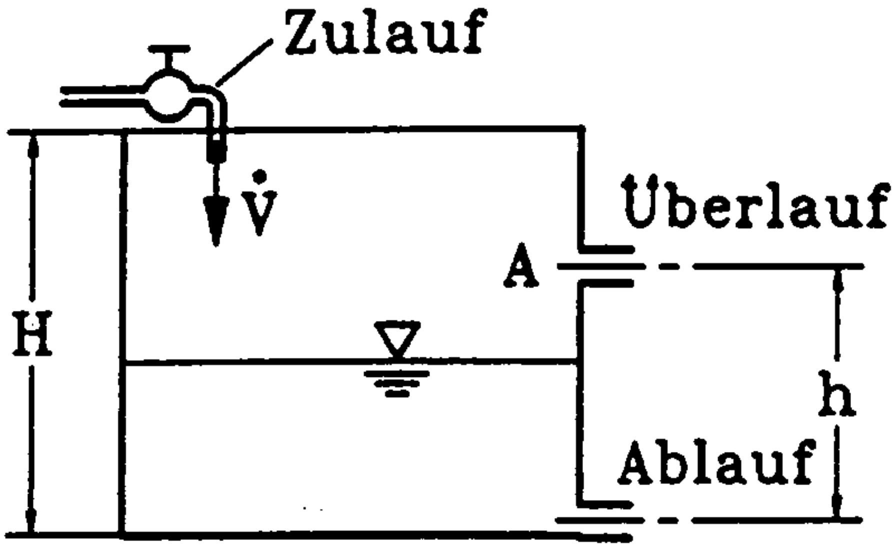
EoV-9 – Auslegung des Überlaufes einer Badewanne bei gegebenem Zulaufstrom

Eine Badewanne mit der Höhe $H = 0{,}6$ m besitzt in der Höhe $h = 0{,}5$ m einen Überlauf mit der Querschnittsfläche A. Der maximale Zulauf beträgt $\dot{V} = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ m³/s.

Wie groß muss der Querschnitt A des Überlaufs bemessen werden, damit bei geschlossenem Ablauf und unter Annahme einer reibungslosen Strömung die Wanne gerade nicht überläuft?

<u>Gegeben:</u>

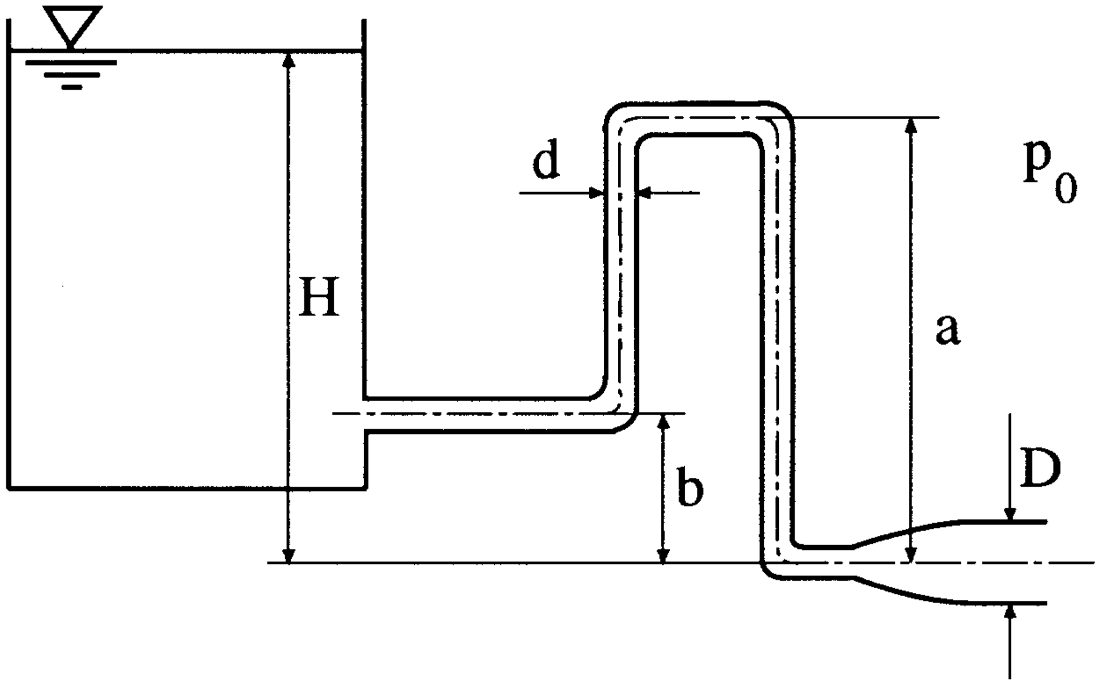
$H = 0{,}6$ m
$h = 0{,}5$ m
$\dot{V} = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ m³/s
$g = 9{,}81$ m/s²



Lösung:

$A = 3{,}57 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^2$

EoV-10 – Auslegung eines Diffusors auf einen Minimaldruck in der Leitung



<u>Gegeben:</u>

$H = 10$ m	$a = 6$ m	$d = 0{,}1$ m
$P_{Umg} = 1$ bar	$p_{\min} = 0{,}15$ bar	$g = 9{,}81$ m/s^2
$\rho = 1000$ kg/m^3		

Aus einem **sehr großen** Gefäß fließt reibungsfrei Wasser durch eine Rohrleitung vom Durchmesser d ab. Um den Volumenstrom $\dot{V}$ zu steigern, ist am Ende der Rohrleitung ein Diffusor vom Austrittsdurchmesser D angebracht.

a) Wo ist der Druck in der Rohrleitung am geringsten?
b) Wie groß darf der Durchmesser D des Diffusors höchstens sein, wenn der Druck in der Rohrleitung an keiner Stelle unter $p_{\min}$ absinken soll?
c) Wie groß sind dann Volumenstrom $\dot{V}$ und Geschwindigkeit im Rohrstrang?

Lösung:

a) An der höchsten Stelle der Rohrleitung, d. h. in der Höhe a
b) $D = 0{,}106$ m
c) $\dot{V} = 0{,}1238$ m^3/s $\qquad w = 15{,}76$ m/s

EoV-11 – Vermischung von Flüssigkeiten

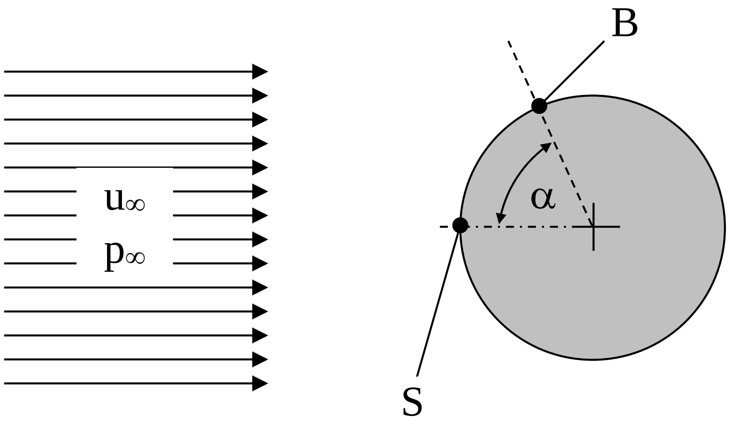
EoV-12 – Staudruck

Eine Kugel wird in einen Luftstrom gelegt, der sich unter Atmosphären-druck p_∞ = 1 bar mit u_∞ = 30 m/s bewegt.

a) Wie groß ist der Staudruck bei einer Luftdichte von ρ = 1,25 kg/m^3?

b) Wie groß ist der Druck im Staupunkt S?

c) Wie groß ist der Druck auf einen Punkt B der Kugeloberfläche, der sich unter einem Winkel von 75° zum Staupunkt befindet, wenn die Geschwindigkeit dort 66 m/s beträgt?



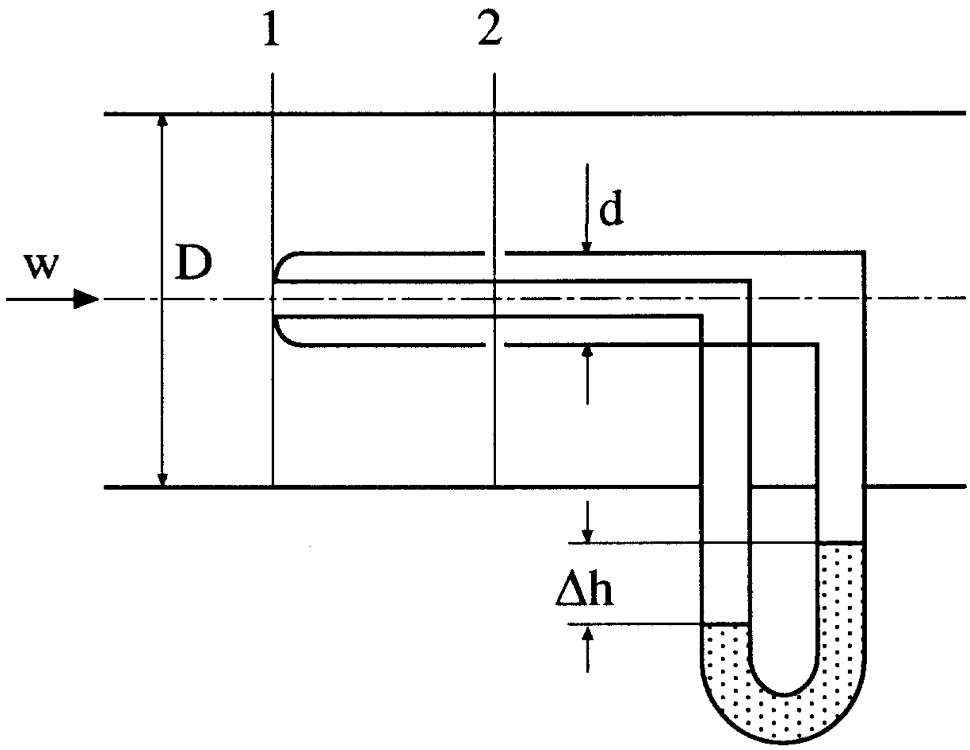
Lösung:

a) p = 562,5 Pa

b) p_S = 100 562,5 Pa

c) p_B = 97840 Pa

EoV-13 – Fehler bei der Bestimmung der Geschwindigkeit mittels Prandtl-Staurohr



<u>Gegeben:</u> $D/d = 8$

In einer reibungslosen Rohrströmung mit über dem Querschnitt konstanter Geschwindigkeit wird an einem Prandtl-Staurohr ein Druckunterschied gemessen. Welcher Fehler tritt bei der Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit w auf, wenn der Verdrängungseinfluss des Staurohres nicht berücksichtigt wird?

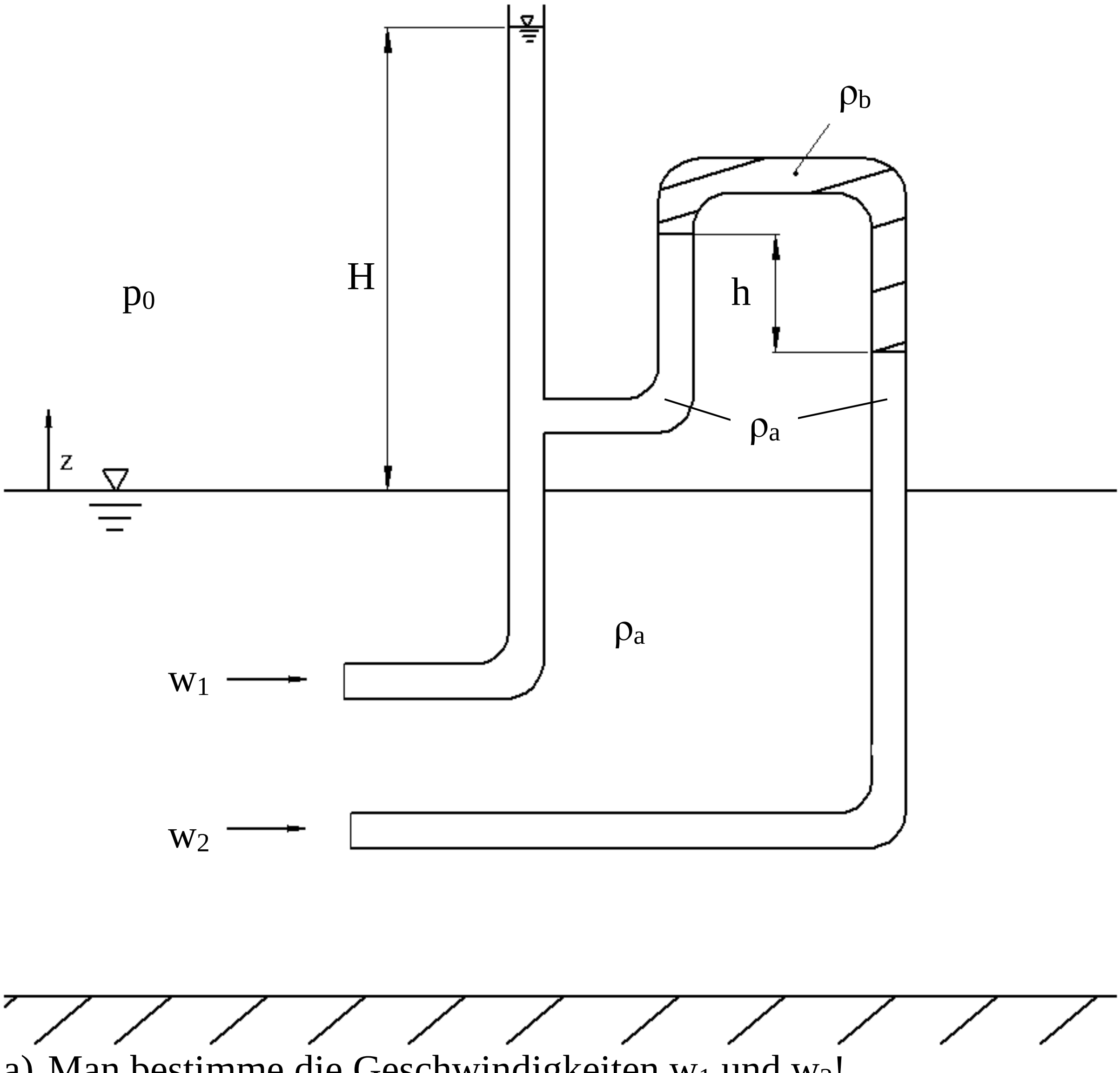
Lösung: $\Delta w / w = 1{,}59\ \%$

EoV-14 – Geschwindigkeitsmessung in unterschiedlichen Tiefen eines Kanals

Die gezeigte Anordnung, bestehend aus einer Kombination von Steigrohr- und U-Rohr Manometer, enthält zwei Flüssigkeiten der Dichten ρ_A und ρ_B. Mit ihr kann die Strömungsgeschwindigkeit eines Fluids (ρ_A) in einem Kanal bestimmt werden. Die Strömung ist reibungslos.

<u>Gegeben:</u> $H = 0{,}5\ \mathrm{m}$ $\quad h = 0{,}25\ \mathrm{m}$ $\quad \rho_A = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$

$\rho_B = 800\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$



a) Man bestimme die Geschwindigkeiten w_1 und w_2!

b) Welche Geschwindigkeit w_2 ergibt sich für $\rho_A = \rho_B$?

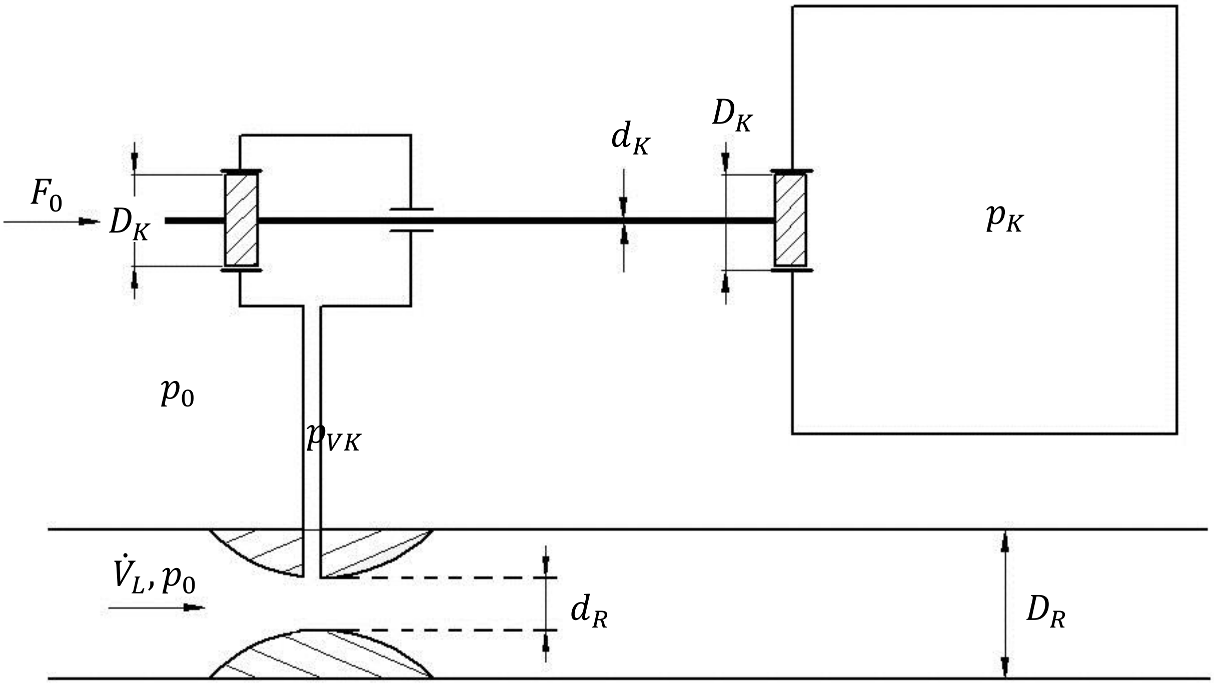
Lösung:

a) $w_1 = 3{,}13\ \mathrm{m/s}$ $\qquad w_2 = 2{,}97\ \mathrm{m/s}$

b) $\rho_A = \rho_B \Rightarrow w_1 = w_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$

EoV-15 – Mit Flüssigkeit gefüllte Kammer

In einer mit Flüssigkeit gefüllten Kammer soll mit Hilfe dicht abschließender Tandemkolben (Durchmesser D_K) ein Druck p_K erzeugt werden. Der erste Kolben ($d_K \ll D_K$) befindet sich in einer kleinen Vorkammer, die mit dem engsten Querschnitt (Durchmesser d_R) eines Ansaugrohres (Durchmesser D_R) verbunden ist. Der Umgebungsdruck ist p_0. Sämtliche Vorgänge sind als verlustfrei anzunehmen.



Gegeben:

$p_0 = 1\ \text{bar}$ $\qquad$ $p_K = 2\ \text{bar}$ $\qquad$ $d_R = \frac{D_K}{3}$ $\qquad$ $D_K = D_R = 0{,}1\ \text{m}$

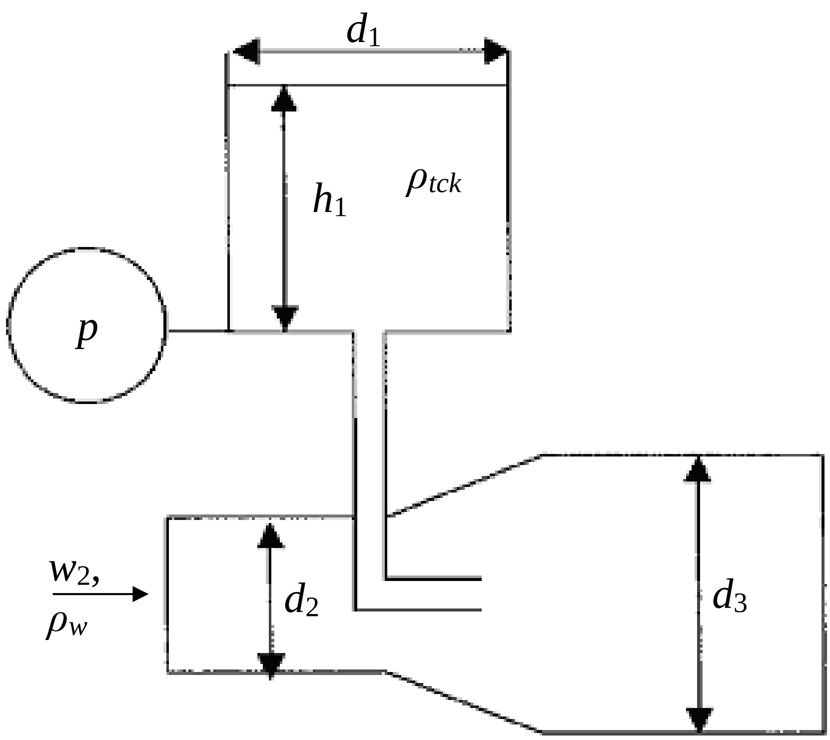
a) Geben Sie den Vorkammerdruck p_{VK} als Funktion des angesaugten Luftvolumenstrom $\dot{V}_L$ ($\varrho_L = 1{,}25\ \text{kg/m}^3$) an!
b) Wie groß ist die benötigte Kolbenkraft F_0, um den Druck p_K zu erzeugen, wenn der Volumenstrom $\dot{V}_L$ null ist?
c) Wie groß ist die benötigte Kolbenkraft F_1 bei $\dot{V}_L = 0{,}1\ \text{m}^3/\text{s}$?

Lösung:

a) $p_{VK} = p_0 - k \cdot \dot{V}_L^2$ mit $k = 8{,}207 \cdot 10^5\ (kg \cdot m)^{-1}$
b) $F_0 = 785{,}398\ \text{N}$
c) $F_1 = 720{,}94\ \text{N}$

EoV-16 – Mischung

Es sollen Tetrachlorkohlenstoff (ρ_{Tck} = 1540 kg/m^3) und Wasser (ρ_w = 1000 kg/m^3) in der dargestellten Anlage gemischt werden. Tetrachlorkohlenstoff wird in einem Behälter (Durchmesser d_1 = 3m) mit der anfänglichen Füllhöhe h_1 = 2,5 m (g = 9,81 m/s²) gelagert. Der Volumenstrom $\dot{V}_{Tck}$ beträgt 200 l/h. Das Wasser tritt mit einer Geschwindigkeit von w_2 = 3 m/s durch ein Rohr mit einem Durchmesser von d_2 = 100 mm in die Mischkammer ein und vermischt sich mit dem Tetrachlorkohlenstoff. Die Mischkammer ist ein Diffusor mit einem Enddurchmesser d_3 von 200 mm.



a) Welcher Überdruck wird zu Beginn und nach 120 min des Mischvorganges am Behälterboden gemessen?

b) Wie lange kann der Mischvorgang betrieben werden?

c) Welcher Volumenstrom fließt durch die Wasserleitung?

d) Welche kontinuierliche Geschwindigkeit stellt sich am Kameraustritt ein und welcher Volumenstrom tritt aus?

Lösung:

a)	p = 37,769 kPa	$p_{\Delta t}$ = 36,914 kPa
b)	t_{ges} = 88,357 h	
c)	$\dot{V}_2$ = 0,023562 m³/s	
d)	w_3 = 0,752 m/s	$\dot{V}_{ges}$ = 0,023618 m³/s

EoV-17 – Venturi-Düse

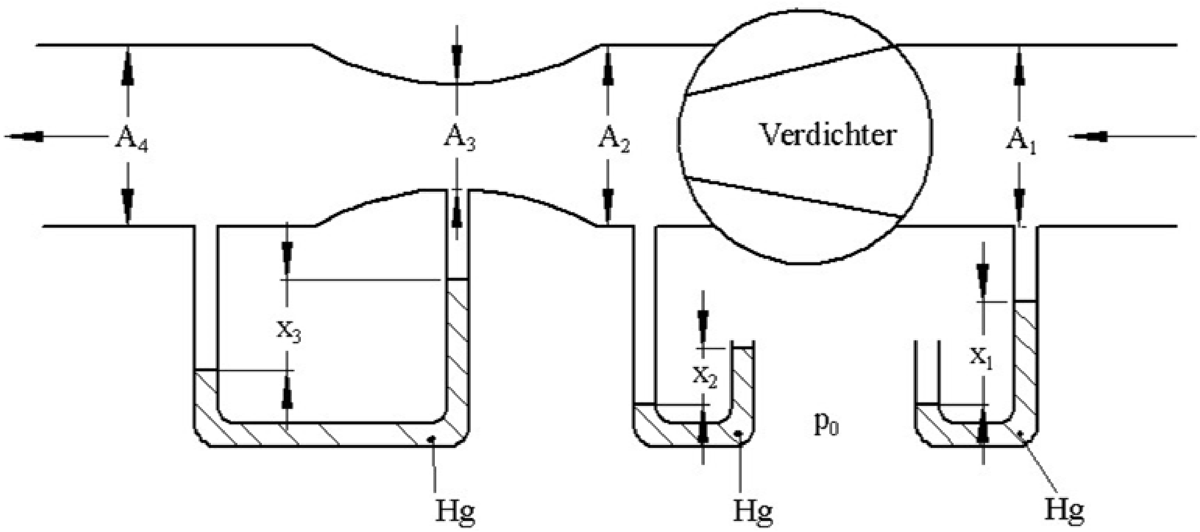
Die Strömung durch die dargestellte Versuchsanordnung (Rohr, Verdichter, Venturi-Düse) sei reibungsfrei und das Fluid als inkompressibel zu betrachten. U-Rohr Manometer mit Quecksilber dienen der Bestimmung der statischen Drücke bzw. der Druckdifferenzen in den Messstellen.

Gegeben: $A_1 = A_2 = A_4 = 1\ \mathrm{m}^2$ $\quad A_3 = 0{,}5\ \mathrm{m}^2$

$x_1 = 2\ \mathrm{mm}$ $\quad x_2 = 1{,}5\ \mathrm{mm}$ $\quad x_3 = 3\ \mathrm{mm}$

$\varrho = 1{,}25\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad \varrho_{Hg} = 13\,500\ \mathrm{kg/m^3}$

$p_0 = 1\ \mathrm{N/m^2}$ $\quad g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$



Bestimmen Sie:

a) Luftvolumenstrom $\dot{V}$ durch die Anlage
b) Erforderliche Verdichterleistung P_M

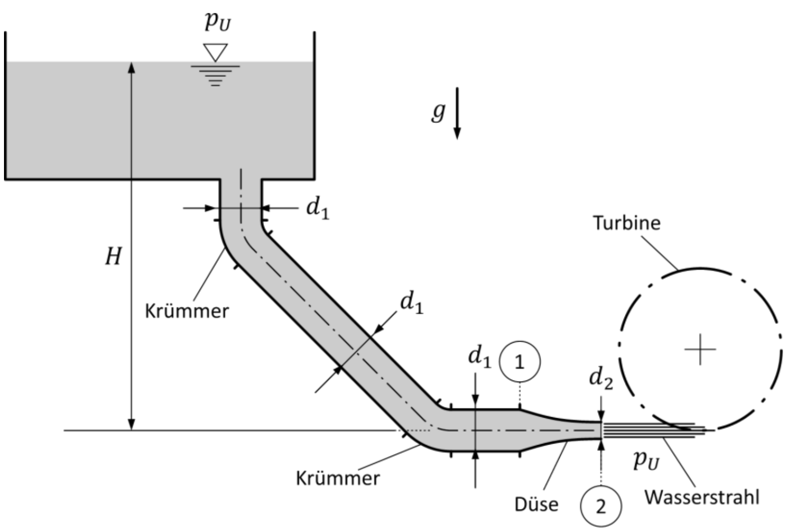
Lösung:

a) $\dot{V} = 14{,}557\ \mathrm{m^3/s}$

b) $P_M = 6747{,}334\ \mathrm{W}$

EoV-18 – Druckleitungssystem einer Pelton-Turbine

Eine Druckleitung ($d_1 = 327$ mm) führt von einem höhergelegenen Wasserreservoir ins Tal ($H = 456$ m) zu einem Wasserkraftwerk mit Pelton-Turbine. Der Durchmesser am Austritt (2) beträgt $d_2 = 100$ mm, der Luftdruck der Umgebung $p_U = 1$ bar (Umgebungsdruck am oberen Wasserspiegel und auf Höhe der Pelton-Turbine gleich). Folgende Werte sind außerdem gegeben: $g = 9{,}81\ m/s^2$, $\varrho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$ und $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\ N \cdot s/m^2$. Verluste sollen in der gesamten Rohrleitung vernachlässigt werden.



a) Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeiten w_1 und w_2 und den Massenstrom $\dot{m}$!

b) Berechnen Sie den hydrostatischen Druck für die Stelle (1) $p_{1,h}$ für den Fall, dass die Düse geschlossen ist, und den statischen Druck p_1 für den laufenden Betrieb!

c) Berechnen Sie die Leistung P_{Strahl}, mit der das Laufrad der Pelton-Turbine beaufschlagt wird (entspricht P_M)!

d) Wie groß ist die Reynolds-Zahl Re_1 in den Rohrabschnitten? Entscheiden Sie, ob die Strömung im laminaren oder im turbulenten Bereich liegt!

Lösung:

a) $w_1 = 8{,}846\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\quad w_2 = 94{,}587\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\quad \dot{m} = 742{,}885\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$

b) $p_{1,h} = 45{,}734\ \mathrm{bar}$ $\quad p_1 = 45{,}342\ \mathrm{bar}$

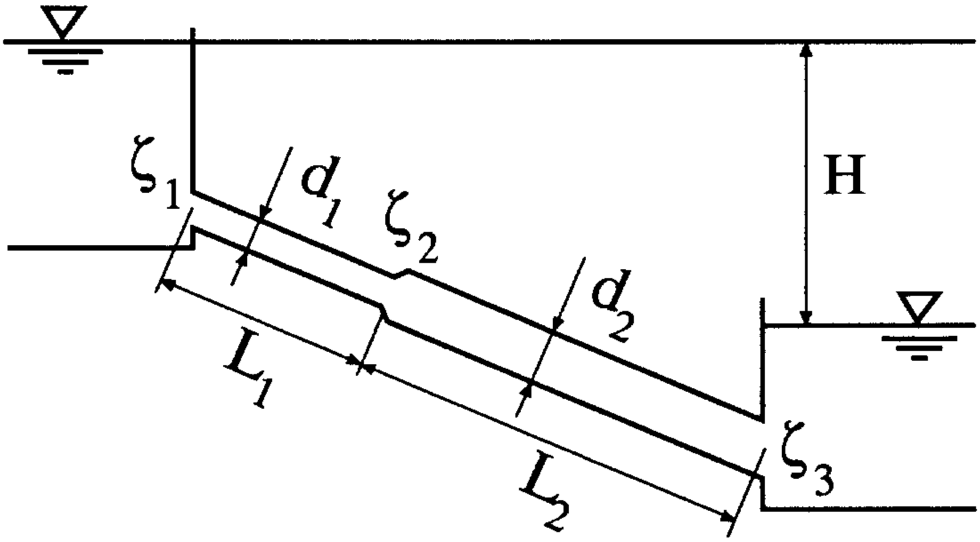
c) $P_{Strahl} = -3{,}323\ \mathrm{MW}$

d) $Re_1 = 2892571{,}948$ turbulente Strömung

EmV – Energie- und Massenerhaltungssatz mit Verlusten

EmV-1 – Wassertransport durch Höhenunterschied der Behälter

Zwei Wasserbehälter, deren Wasserspiegel die Höhendifferenz H aufweisen, sind durch eine Rohrleitung verbunden, die aus zwei Teilstücken mit den Längen L_1 (Durchmesser d_1) und L_2 (Durchmesser d_2) besteht. Am Eintritt (ζ_1), am Austritt (ζ_3) und an der Sprungstelle (ζ_2) treten Verluste auf. Die Rohrreibungszahl der beiden Rohrstücke sei λ.



Gegeben:

$\varrho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ $\quad g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$H = 10\ \mathrm{m}$ $\quad L_1 = 10\ \mathrm{m}$ $\quad L_2 = 20\ \mathrm{m}$

$d_1 = 0{,}2\ \mathrm{m}$ $\quad d_2 = 0{,}3\ \mathrm{m}$

$\lambda = 0{,}03$

$\zeta_1 = 0{,}6$ $\quad \zeta_2 = \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2$ $\quad \zeta_3 = 1$

Wie groß ist der Volumenstrom $\dot{V}$?

Lösung:

$$\dot{V} = 0{,}246\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

EmV-2 – Bestimmung der Rohrreibungszahl λ durch Differenzdruck-messung

Durch ein schräg angestelltes Rohr fließt Wasser mit der mittleren Geschwindigkeit w. Ein angeschlossenes Quecksilber-U-Rohr-Manometer zeigt den Druckunterschied zwischen den Messpunkten (A) und (B) als Höhendifferenz an.

1. Wie groß ist die Rohrreibungszahl λ aus der Differenzdruckmessung?
2. In welcher Richtung fließt das Wasser durch das Rohr?
3. Ist die Strömung laminar oder turbulent?

<u>Gegeben</u>**:**

$\rho_{Hg} = 13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m^3

$\rho_{H2O} = 10^3$ kg/m^3

$\nu_{H2O} = 10^{-6}$ m^2/s

$w = 10$ m/s

$l = 4$ m

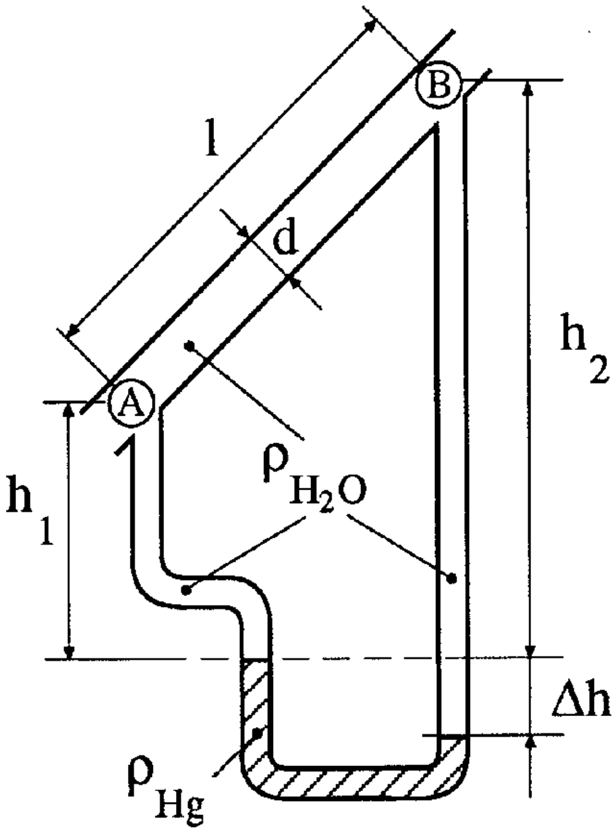
$h_1 = 1$ m

$h_2 = 2$ m

$\Delta h = 0{,}1$ m

$d = 0{,}2$ m

$g = 10$ m/s^2



Lösung: a) $\lambda = 0{,}0126$

b) Von B nach A

c) $Re = 2 \cdot 10^6$ – d. h. Strömung ist turbulent.

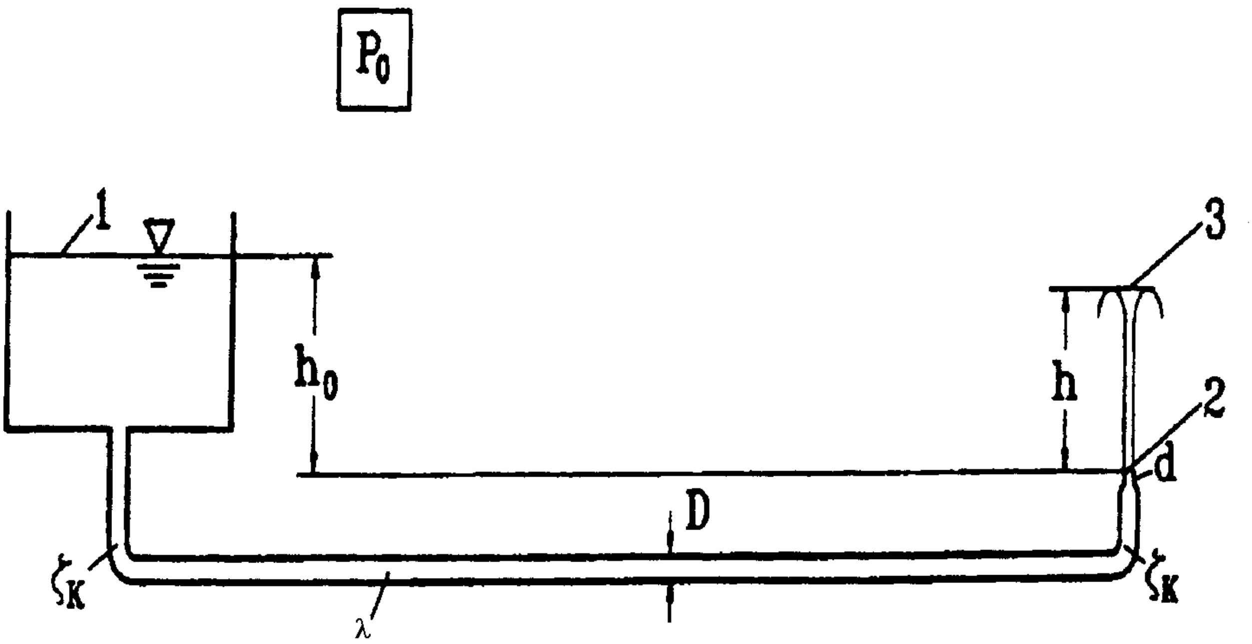
EmV-3 – Berechnung eines aus einem Wasserreservoir gespeisten Springbrunnens

Ein Springbrunnen wird durch eine Rohrleitung (Durchmesser D, Länge l) aus einem Hochbehälter gespeist, dessen Wasserspiegel (ρ_w) um h_0 über der Düsenmündung (Durchmesser d) steht. Strömungsverluste treten in den beiden 90°-Krümmern (ζ_k) und durch Rohrreibung (λ) auf.

<u>Gegeben:</u>

ρ_w	$= 10^3$ kg/m^3	h_0	= 12,3 m	l	= 50 m
g	= 9,81 m/s^2	d	= 15 mm	ζ_k	= 0,3
D	= 40 mm	λ_k	= 0,03		

1. Wie groß ist die Austrittsgeschwindigkeit w_2 aus der Düse?
2. Wie hoch ist der Springbrunnen?

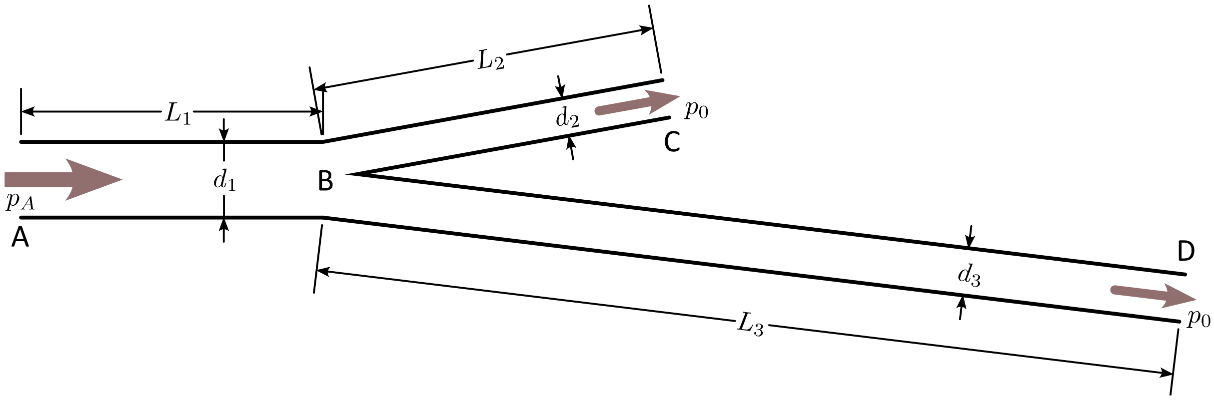


Lösung:

1. w_2 = 11,73 m/s
2. h = 7 m

EmV-4 – Auslegung einer Erdölleitung auf laminare Strömung

Eine Ölleitung (Öl mit der Dichte ϱ und der Zähigkeit η) führt von einer Pumpstation A zu einer Verzweigungsstelle B (Entfernung $\overline{AB} = L_1$), von der zwei Leitungen zu verschieden weit entfernten Abnehmern C ($\overline{BC} = L_2$) und D ($\overline{BD} = L_3$) laufen. Beide Abnehmer erhalten den gleichen Volumenstrom $\dot{V}$.



Wie groß ist der Volumenstrom $\dot{V}$?

a) Wie müssen die Durchmesser d_1, d_2 und d_3 der Rohre gewählt werden, wenn sie möglichst klein sein sollen, jedoch so groß, dass in keiner der Teilstrecken Turbulenz auftritt ($Re_{krit} = 2300$)?

b) Wie groß ist der Druckabfall $p_A - p_0$?

Lösung:

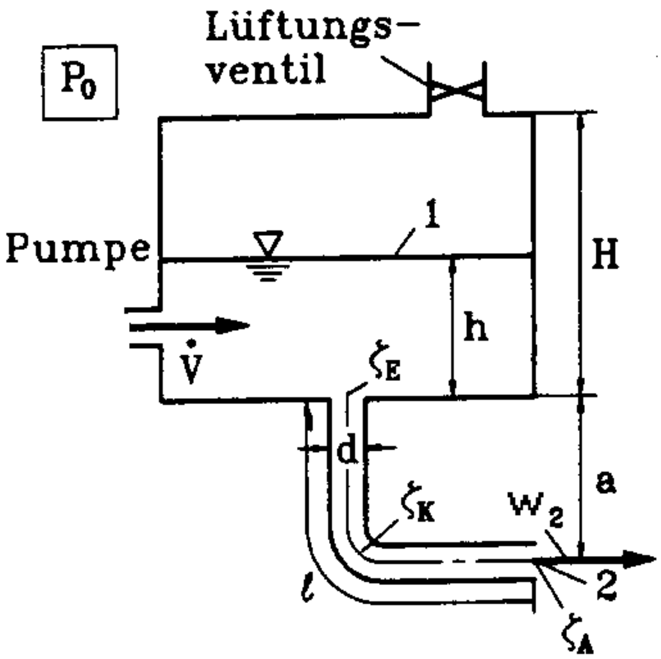
$$\dot{V} = 0{,}246\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

a) $d_1 \geq \frac{8 \cdot \varrho \cdot \dot{V}}{\pi \cdot 2300 \cdot \eta}$ $\quad d_2 \geq \frac{d_1}{2}$ $\quad d_3 \geq d_2 \cdot \sqrt{\frac{\varrho\dot{V} + 16\pi\eta L_3}{\varrho\dot{V} + 16\pi\eta L_2}}$

b) $p_A - p_0 = \left[\frac{96\dot{V}^2}{\pi^2}\varrho + \frac{256}{\pi}\eta \cdot \dot{V}(L_1 + 8L_2)\right] \cdot d_1^{-4}$

EmV-5 – Wasserabfluss aus einem Behälter bei verschieden Zuständen des Lüftungsventils

In einen großen zylindrischen Behälter der Höhe H wird Wasser mit dem Volumenstrom $\dot{V}$ gepumpt. Von hier gelangt das Wasser (Dichte ρ, kinematische Viskosität ν_W) über ein gekrümmtes Ausflussrohr (Durchmesser d, Länge l, Abstand Ausfluss–Behälter a) ins Freie. Es treten folgende Verluste auf: Eintrittsverluste ζ_E, Austrittsverluste ζ_A, Krümmerverluste ζ_K und Rohrreibungsverluste λ.



Gegeben:

$\dot{V} = 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ m³/s
$d = 0{,}0276$ m
$l = 2$ m
$a = 1$ m
$\nu_W = 10^{-6}$ m²/s
$\zeta_E = 0{,}05$
$\zeta_A = 0{,}05$ $\quad\zeta_K = 0{,}14$
$\rho_W = 1000$ kg/m³ $\quad\lambda = 0{,}0162$
$p_0 = 1$ bar $\quad H = 6$ m
$g = 9{,}81$ m/s²

Das eingezeichnete Lüftungsventil sei zunächst geöffnet. Es schließt automatisch, wenn die in b) berechnete Wasserspiegelhöhe h überschritten wird.

a) Wie groß ist die Austrittsgeschwindigkeit w_2 bei $\dot{V}$?

b) Wie groß ist die Wasserspiegelhöhe h im Behälter?

Es wird ein neuer Volumenstrom $\dot{V}' = 2 \cdot \dot{V}$ eingestellt.

c) Wie groß ist die sich einstellende Austrittsgeschwindigkeit w_2'?

d) Wie groß ist der Luftdruck p_1 im Behälter, nachdem sich nach Überschreiten der Wasserspiegelhöhe h (nun h') das Lüftungsventil geschlossen hat. Annahme: Isotherme Kompression des Gases.

Lösung:

a) $w_2 = 6{,}017$ m/s $\qquad$ b) $h = 3{,}455$ m
c) $w_2' = 12{,}034$ m/s $\qquad$ d) $p_1 = p_0 \cdot (H - h)/(H - h') = 2{,}176$ bar

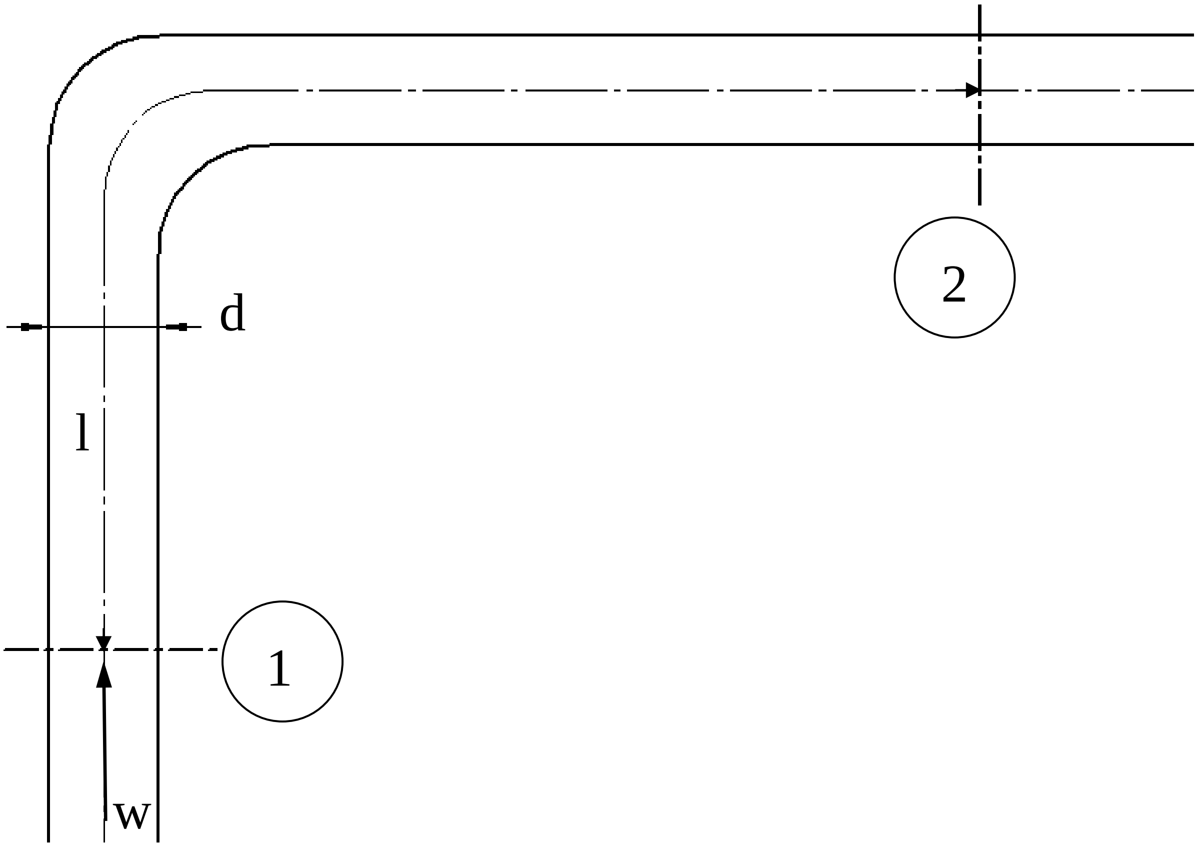
EmV-6 – Rohrreibungszahl λ und Verlustbeiwert ξ einer Rohrleitung

Durch ein Rohr fließt Wasser mit der Geschwindigkeit w = 20 m/s.
Die spezifische Dissipation φ_{12} ist bekannt.

<u>Gegeben:</u>

φ_{12} = 252 m²/s²
l = 10 m
d = 0,1 m
ρ_W = 10^3 kg/m³

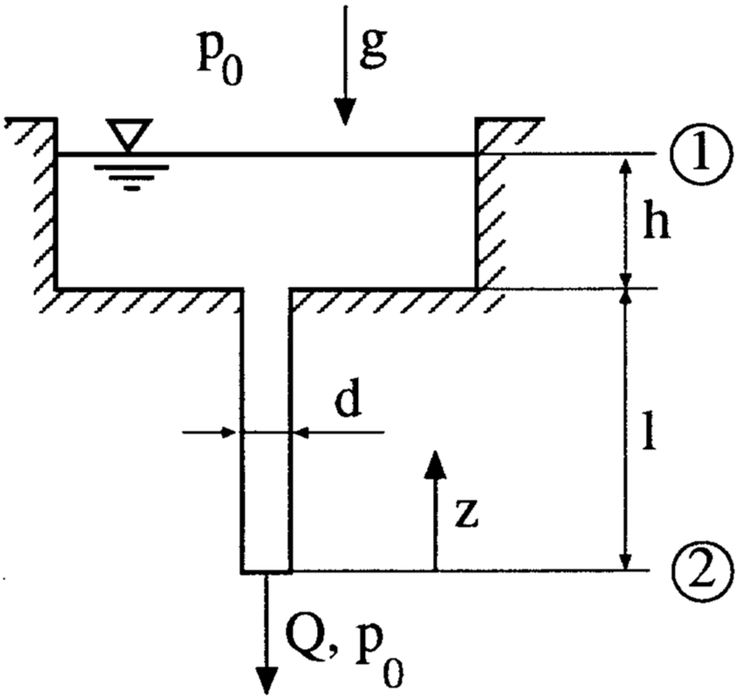
a) Wie groß ist die Rohrreibungszahl λ im Rohr, wenn nur Rohrreibung auftritt?
b) Wie groß ist der Verlustbeiwert ζ des Krümmers, wenn die Rohrreibung vernachlässigt wird?



Lösung:

a) λ = 0,0126
b) ζ = 1,26

EmV-7 – Wasseraustritt aus einem Reservoir



Gegeben: $\dot{V} = 0{,}0932\ \mathrm{m^3/s}$ $\quad d = 0{,}1\ \mathrm{m}$ $\quad h = 5\ \mathrm{m}$

$l = 10\ \mathrm{m}$ $\quad \varrho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

Durch ein hydraulisch glattes Rohr (Durchmesser d, Länge l) fließt Wasser aus einem weiten und großen offenen Reservoir mit dem konstantem Volumenstrom $\dot{V}$. Verluste werden nur durch Reibung im Rohr verursacht.

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit w_2 im Rohr?
b) Wie groß ist die Rohrreibungszahl λ des glatten Rohres, wenn das Reservoir bis zur Höhe h gefüllt ist?
c) Durch Schmutzablagerungen hat sich der Durchmesser um $2\ \mathrm{mm}$ vermindert, und die Rohrwand muss als rau angesehen werden (Rauhigkeit $k_S = 0{,}5\ \mathrm{mm}$). Welcher Volumenstrom $\dot{V}_{kS}$($= Q$ lt. Skizze) stellt sich unter diesen Bedingungen ein, wenn zur Berechnung von λ_{kS} das Gesetz nach *von Kármán* und *Nikuradse*
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{turb}}} = 1{,}74 - 2 \cdot \log\frac{2\,k_S}{d}$$
verwendet wird?
d) Berechnen Sie die Druckverluste für beide Fälle!

Lösung: a) $w_2 = 11{,}867\ \mathrm{m/s}$ $\quad$ b) $\lambda = 0{,}0109$ $\quad$ c) $\dot{V}_{kS} = 0{,}0644\ \mathrm{m^3/s}$

d) $\Delta p_V = 0{,}767\ \mathrm{bar}$ $\quad \Delta p_{VkS} = 1{,}107\ \mathrm{bar}$

EmV-8 – Vergleich der Strömung durch glattes Rohr-/ Rohrbündel

Beim Transport einer Flüssigkeit über eine große Entfernung L sollen die Druckverluste möglichst gering gehalten werden. Zwei Systeme stehen für den Transport des gleichen Volumenstromes zur Verfügung:

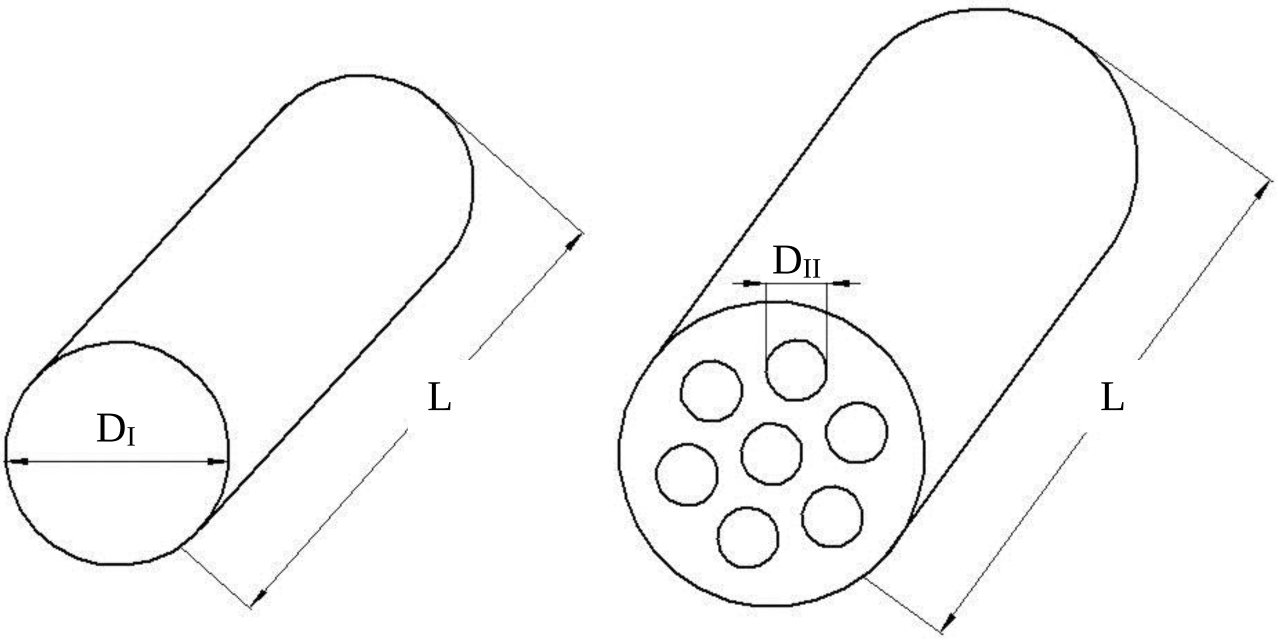
System **I**: ein glattes Rohr des Durchmessers $D_{\mathbf{I}}$;

System **II**: ein Bündel aus n glatten Rohren des Durchmessers $D_{\mathbf{II}}$, mit $D_{II} = D_I \cdot n^{-1/2}$.

a) Man ermittle in allgemeiner Form das Re-Zahl-Verhältnis beider Systeme $Re_{\mathbf{I}}/Re_{\mathbf{II}} = f(n)$. ($Re_{\mathbf{II}}$ kennzeichnet den Strömungszustand in einem beliebigen Rohr des Bündels).

b) Welches System führt zu kleineren Druckverlusten (Annahme: $5000 < Re < 10^5$, d.h. turbulente Strömung in beiden Systemen mit Gültigkeit des Blasiusgesetzes)?

c) Wie groß ist das Verhältnis der Druckverluste $\Delta p_I/\Delta p_{II}$, wenn das Bündel aus n = 4 Rohren besteht?



Lösung:

a) $\dfrac{Re_I}{Re_{II}} = \sqrt{n}$ **b)** $\dfrac{\Delta p_I}{\Delta p_{II}} = \dfrac{1}{\sqrt[8]{n^5}}$ **c)** $\dfrac{\Delta p_I}{\Delta p_{II}} = 0{,}42$

EmV-9 – Druckverluste laminarer bzw. turbulenter Rohrströmung

Durch ein Rohr der Länge L und dem Durchmesser d_1 wird eine Flüssigkeit der kinematischen Viskosität ν_1 mit dem Volumenstrom $\dot{V}_1$ gepumpt. Durch ein zweites Rohr der gleichen Länge und des Durchmessers $d_2 = 2 \cdot d_1$ wird ein Volumenstrom $\dot{V}_2 = 2 \cdot \dot{V}_1$ einer Flüssigkeit mit der kinematischen Viskosität $\nu_2 = 8 \cdot \nu_1$ transportiert. Die Dichten sind gleich.

In welchem Verhältnis stehen die Druckverluste Δp_{V1} und Δp_{V2} bei

a) laminarer Strömung,
b) turbulenter Strömung in Gültigkeit des Blasius-Gesetzes zueinander?

$$\text{Blasisus-Gesetz: } \lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{Re}}$$

Lösung:

a) $\frac{\Delta p_{V1}}{\Delta p_{V2}} = 1$

b) $\frac{\Delta p_{V1}}{\Delta p_{V2}} = 2^{\frac{9}{4}}$

EmV-10 – Analyse von Druckverlusten bei verschiedenen Rohrdurchmessern

Durch 2 Rohre gleicher Länge aber verschiedener Durchmesser d_1 und d_2 trete der gleiche Volumenstrom aus.

In welchem Verhältnis stehen die Druckverluste Δp_{V1} und Δp_{V2} bei

a) laminarer Strömung,
b) turbulenter Strömung in Gültigkeit des Blasiusgesetzes?

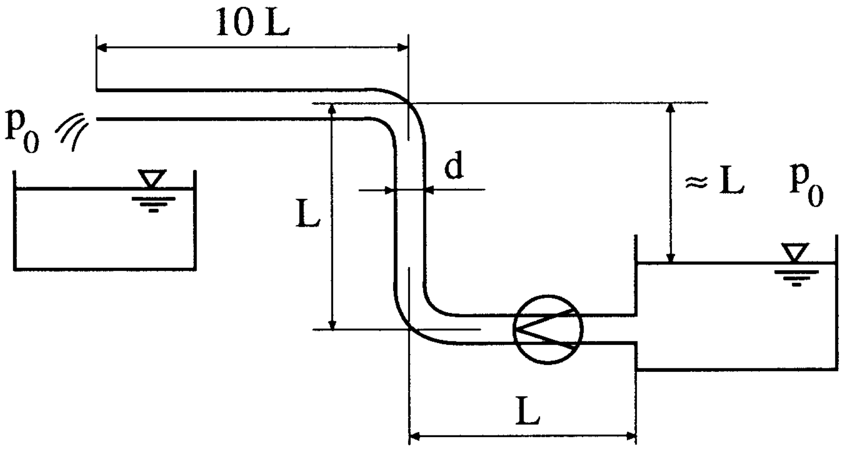
Blasisusgesetz: $\lambda = \dfrac{0{,}316}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}}$

Lösung:

a) $$\frac{\Delta p_{V1}}{\Delta p_{V2}} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4$$

b) $$\frac{\Delta p_{V1}}{\Delta p_{V2}} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{\frac{19}{4}}$$

EmV-11 – Vergleich der Pumpenleistung für verschiedene Fluide und Rohrrauigkeiten



Gegeben:

$L = 5\ \mathrm{m}$ $\quad \varrho_W = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ $\quad \varrho_{Gly} = 1300\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$d = 0{,}5\ \mathrm{m}$ $\quad \nu_W = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ $\quad \nu_{Gly} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$

$\zeta_K = 0{,}3$ $\quad \eta = 0{,}85$ $\quad \dot{V} = 0{,}15\,\pi\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$ $\quad g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Eine Pumpe mit dem Wirkungsgrad η fördert Flüssigkeiten mit dem Volumenstrom $\dot{V}$ aus einem Reservoir in einen höher gelegenen Behälter. Es treten Rohrreibungsverluste sowie Verluste in den Krümmern mit jeweils ζ_K auf. Die Pumpe ist für die zwei Belastungsfälle (a) und (b) auszulegen.

a) Berechnen Sie die mechanische Leistung P_M und die Wellenleistung P für ein hydraulisch glattes Rohr, in dem Glyzerin befördert werden soll.
b) Durch Einsparungen können nur Rohre mit einer Rohrrauigkeit von $k_S/d = 4 \cdot 10^{-3}$ verwendet werden. Berechnen Sie die mechanische Leistung P_M und die Pumpenleistung P für die Pumpentestphase, bei der aus Sicherheitsgründen nur Wasser befördert wird.
c) Berechnen Sie für die Fälle (a) und (b) den Anteil der Verlustleistung in Prozent. Verluste entstehen durch die Rohrreibung und in den Krümmern.

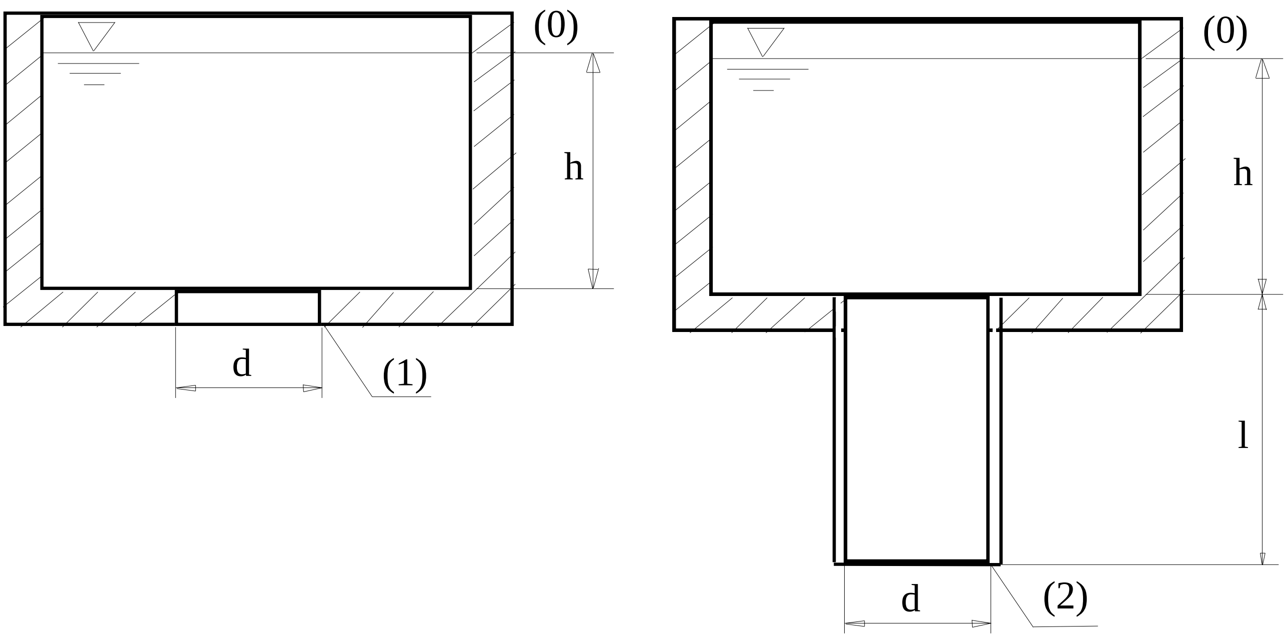
Lösung:

a) $P_M = 46\,421\ \mathrm{W}$ $\qquad P = 54\,613\ \mathrm{W}$
b) $P_M = 29\,911\ \mathrm{W}$ $\qquad P = 35\,190\ \mathrm{W}$
c) $\frac{P_V}{P_M} = 31{,}5\ \%$ $\qquad \frac{P_V}{P_M} = 18{,}2\ \%$

EmV-12 – Wasseraustritt aus zwei gleichen Behältern bei unterschiedlichen Austrittsrohrlängen

Am Boden eines großen, **offenen** Behälters, der mit Wasser ($\nu = 10^{-6}\ m^2/s$) bis zur Höhe von h = 3 m = const. gefüllt ist, befindet sich ein Loch mit dem Durchmesser d, durch welches Wasser austritt. Aus einem anderen Behälter (gleicher Wasserspiegel h) fließt das Wasser durch ein Rohr mit dem gleichen Durchmesser d und der Länge l = 4 m. Reibungsverluste entstehen nur im Rohr. Die Strömung im Rohr ist laminar.

Wie groß muss der Durchmesser d sein, damit die Volumenströme aus beiden Behältern gleich sind? Führen Sie auch die Dimensionsrechnung durch !



Lösung:

d = 5 mm

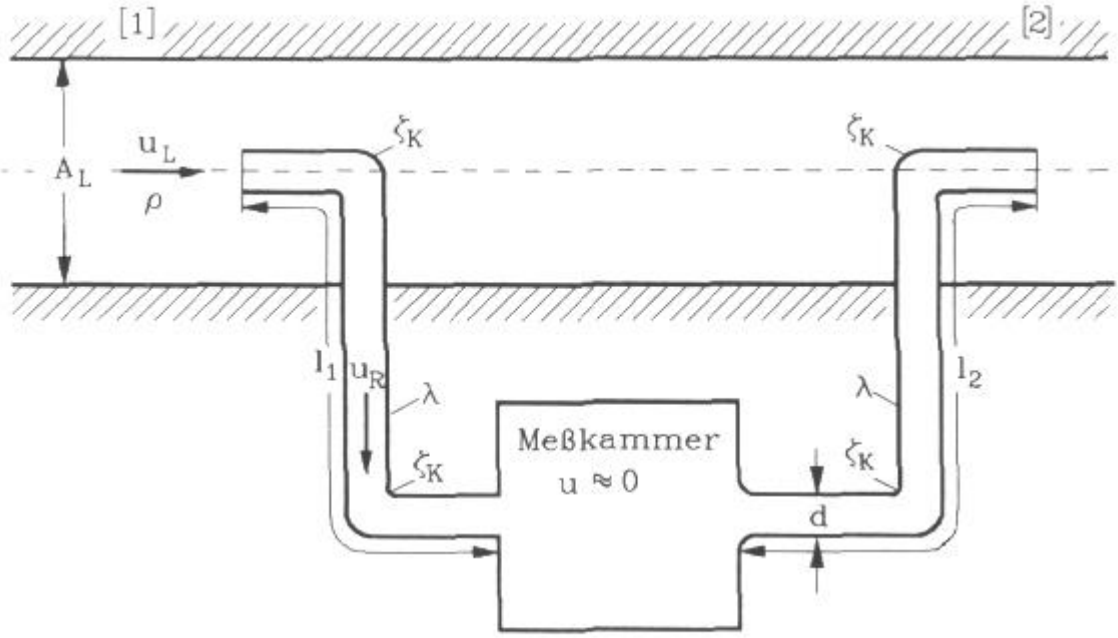
EmV-13 – Schnüffelanlage

Die skizzierte „Schnüffelanlage“ (Rohrdurchmesser d, Längen l_1 und l_2) befindet sich in einer Abluftleitung mit sehr großem Querschnitt A_L, ($d^2/A_L << 1$) und dient dazu, einen Teil der Abluft in der Messkammer ($u \approx 0$) zu untersuchen.

Während die Strömung in der Ablüftleitung zwischen den Stellen [1] und [2] praktisch verlustfrei ist, ist die Strömung in der Schnüffelanlage verlustbehaftet (ζ_K, λ bekannt). Die Kanten des Querschnittüberganges von der Messkammer zum Rohr sind soweit abgerundet, dass es zu keiner Strahleinschnürung kommt. Der Austrittsverlust in die Messkammer ist zu berücksichtigen.

a) Wie groß ist die Strömungsgeschwindigkeit u_R in der Rohrleitung der Schnüffelanlage?

b) Welcher Anteil der Abluft strömt durch die Messkammer?



Gegeben: ρ, u_L, A_L, l_1, l_2, d, ζ_K, λ.

Lösung:

a) $$u_R = \frac{u_L}{\sqrt{2 + 4\zeta_K + \lambda(l_1 + l_2)/d}}$$

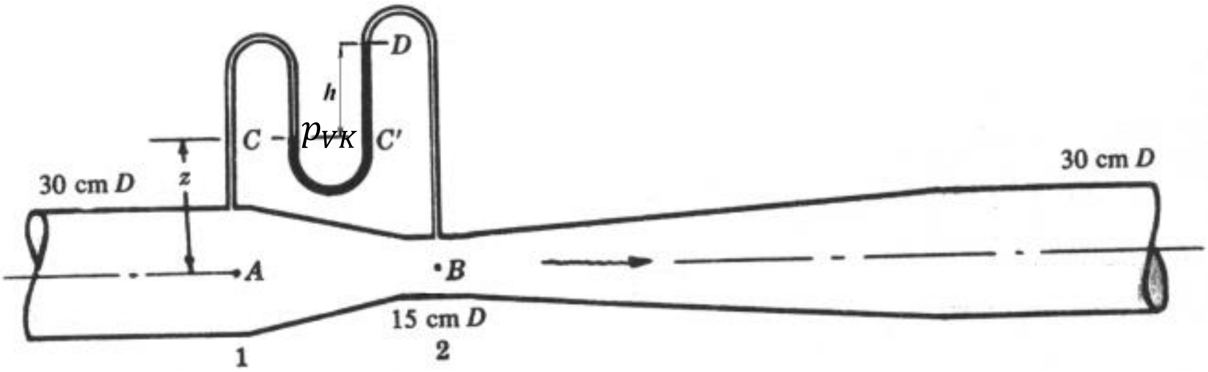
b) $$\frac{\dot{V}_R}{\dot{V}_L} = \frac{\pi}{4}\frac{d^2}{A_L}\frac{1}{\sqrt{2 + 4\zeta_K + \lambda(l_1 + l_2)/d}}$$

EmV-14 – Venturi-Rohr

Wasser ($\varrho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$) fließt mit einer Geschwindigkeit von $w_A = 1{,}15\ \mathrm{m/s}$ durch ein Rohr mit einem Durchmesser von $30\ \mathrm{cm}$ (Stelle A). Im Verlauf von A nach B verengt sich das Rohr auf einen Durchmesser von $15\ \mathrm{cm}$ im Punkt B. Zwischen den Punkten A und B befindet sich ein U-Rohr-Manometer, dessen Flüssigkeit ($\varrho_M = 13\,550\ \mathrm{kg/m^3}$) um $h = 10\ \mathrm{cm}$ entsprechend der Skizze ausgelenkt ist.

Bestimmen Sie:

a) den Widerstandskoeffizienten ζ_{AB} des Rohres zwischen A und B bezogen auf die Einlaufgeschwindigkeit w_A,
b) die Druckverluste $\Delta p_{V,AB}$ zwischen A und B,
c) den Massenstrom $\dot{m}$!



Lösung:

a) $\zeta_{AB} = 2{,}506$

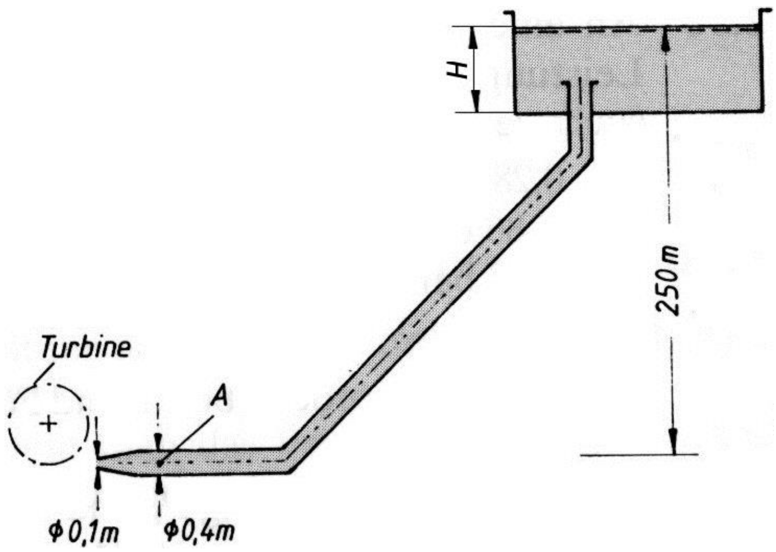
b) $\Delta p_{V,AB} = 1657{,}05\ \mathrm{Pa}$

c) $\dot{m} = 81{,}289\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$

EmV-15 – Bestimmung des Massenstroms und des Drucks in einem Kraftwerk mit einer Pelton-Turbine

Die Druckleitung eines Kraftwerkes hat bis zum Punkt A vor der Düse einen Durchmesser $D = 0{,}4\ \mathrm{m}$. Es treten Verluste in den Krümmern (jeder Krümmer $\zeta_K = 2$) und Rohrreibungsverluste mit $\lambda \cdot L/D = 4$ auf. Die Düsenverluste betragen $\zeta_D = 0{,}1$. Der Düsenaustrittsdurchmesser beträgt $d = 100\ \mathrm{mm}$. Die geodätische Fallhöhe beträgt $L = 250\ \mathrm{m}$, der Luftdruck $p_0 = 1\ \mathrm{bar}$ und die Dichte von Wasser $\varrho = 1000\ kg/m^3$.

a) Entscheiden Sie, welche Geschwindigkeit zur Berechnung der Düsenverluste heranzuziehen ist. Berechnen Sie w_A und die Austrittsgeschwindigkeit w_D.
b) Berechnen Sie den statischen und den hydrostatischen Druck p_A im Punkt A und den Massenstrom $\dot{m}$!
c) Berechnen Sie die maximal erreichbare Leistung (Exergiestrom $\dot{E}$)!
d) Berechnen Sie den exergetischen Wirkungsgrad der Turbine η_{ex}!



Lösung:

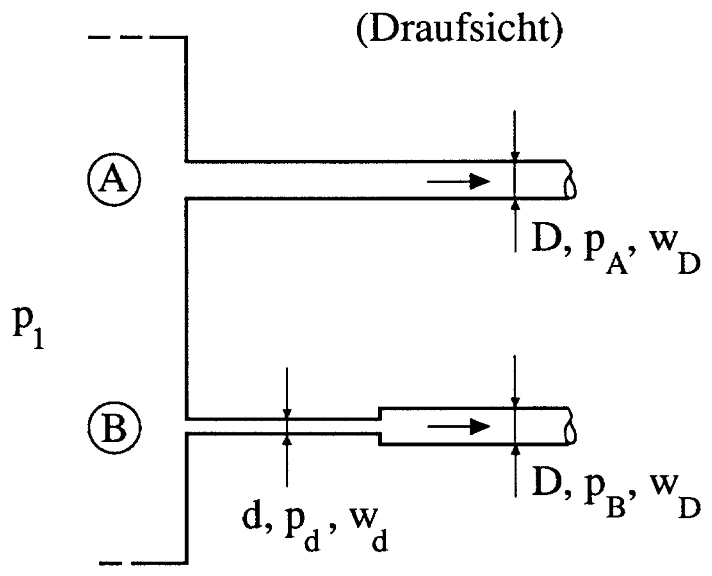
a) Düsenaustrittsgeschwindigkeit w_D im Querschnitt mit $d = 100\ \mathrm{mm}$
$w_D = 65{,}848\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad w_A = 4{,}115\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

b) $p_A = 24{,}763\ \mathrm{bar} \quad p_h = 25{,}525\ \mathrm{bar} \quad \dot{m} = 517{,}166\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$

c) $\dot{E} = 1{,}349\ \mathrm{MW}$

d) $\eta_{ex} = 0{,}884$

EmV-16 – Wasserbehälter mit zwei unterschiedlichen Austritten



<u>Gegeben:</u>	p_1	=	2 bar	p_B	=	1,8 bar
	ρ	=	1000 kg/m^3	D	=	0,2 m
	d	=	0,1 m			

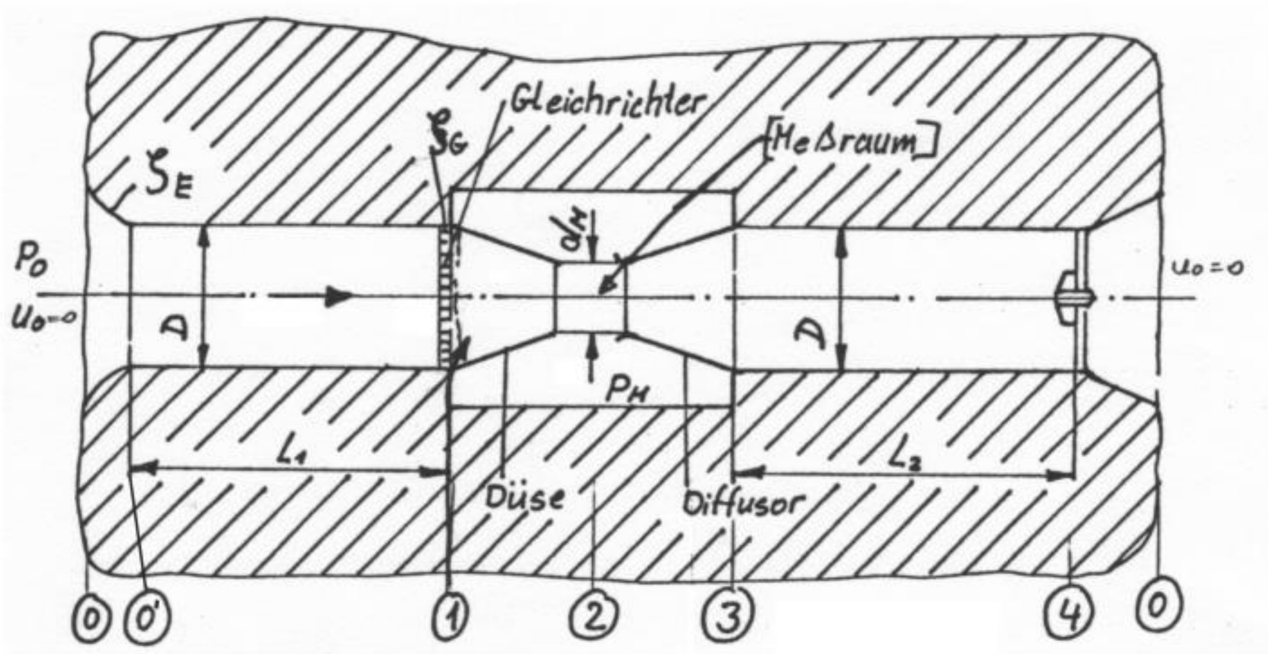
Ein großer Wasserbehälter besitzt zwei Austritte mit unterschiedlichen Geometrien. Bei der Austrittsgeometrie A handelt es sich um ein Rohr mit konstantem Durchmesser D. Im Fall B wird der Strömungsquerschnitt vom Durchmesser d auf den Durchmesser D erweitert. In den beiden Rohren mit den Durchmessern D herrsche die gleiche Geschwindigkeit w_D. Der Widerstand der Rohreinläufe (ζ_E = 0,6) und die plötzliche Erweiterung ($\zeta = [1 - A_1/A_2]^2$) sind zu berücksichtigen. Die Rohrreibung sei vernachlässigbar. Die beiden Austrittsgeometrien befinden sich auf gleicher Höhe.

a) Mit welcher Geschwindigkeit w_d strömt das Wasser im Rohr mit dem Durchmesser d?
b) Welcher Druck p_d herrscht in diesem Rohr?
c) Wie groß ist das Druckverhältnis p_A/p_B?

Lösung:

a)	w_d	=	5,71 m/s
b)	p_d	=	1,74 bar
c)	p_A/p_B	=	1,102

EmV-17 – Bergwerkstollen



In einem verlassenen Bergwegstollen soll ein Unterschallwindkanal mit einem kreisförmigen Querschnitt (Zuluftkanaldurchmesser D) installiert werden. Im gesamten Kanal ist bei einem Volumenstrom $\dot{V}_L$ von inkompressiblem Verhalten der Luftauszugehen.

Der Durchmesser der Messstrecke ist d_M. Verluste treten beim Eintritt der Luft (Dichte ρ) in den Windkanal (Stelle 0', ζ_E), im Gleichrichter (ζ_G) und infolge Rohrreibung (λ, L_1 und L_2) zwischen (0')$\rightarrow$(1) und (3)$\rightarrow$(4) auf. Die Strömung durch Düse, Messraum, Diffusor und Auslass sei verlustfrei; sie wird am Windkanalaustritt auf $u_0 = 0$ verzögert.

Hinweis: Das Sauggebläse befindet sich zwischen (4) und (0) !!!!!

Gegeben:	$p_0 = 1$ bar	$\rho = 1{,}25\ \mathrm{kg/m^3}$	$\dot{V}_L = 6{,}36\cdot 10^6\ \mathrm{m^3/h}$	
	$\lambda = 0{,}1$	$\zeta_E = 0{,}05$	$\zeta_G = 0{,}3$	$\eta = 0{,}95$
	$D = 10$ m	$d_M = 5$ m	$L_1 = 100$ m	$L_2 = 200$ m

Berechnen Sie:
1. die Geschwindigkeit w_M in der Messtrecke
2. den Druck p_M in der Messstrecke
3. die Wellenleistung P_W des Sauggebläses (4) (Gebläsewirkungsgrad η)

Lösung a) w_M = 90 m/s b) p_M= 94513 Pa

c) P_W = 1970 kW

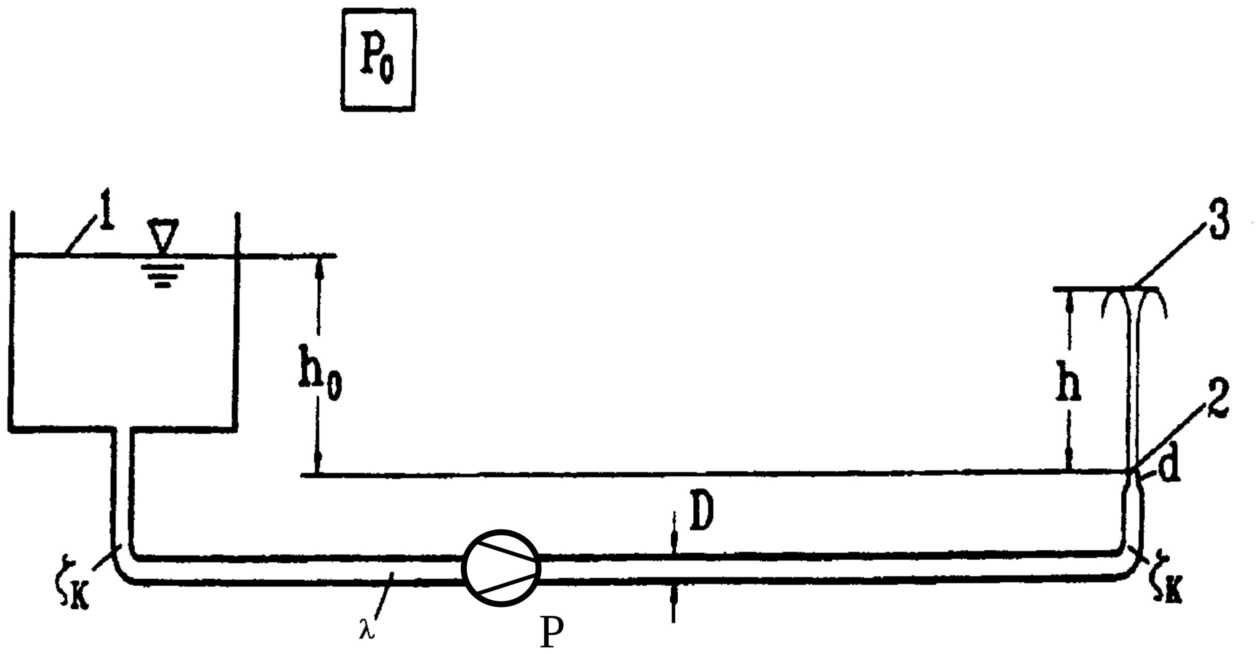
EmV-18 – Auslegung einer Pumpe für einen Springbrunnen

Ein Springbrunnen wird durch eine Rohrleitung (Durchmesser D, Länge l) aus einem Hochbehälter gespeist, dessen Wasserspiegel (ρ_w) um h_0 über der Düsenmündung (Durchmesser d) steht. Um die Höhe der Fontäne (Höhe h) zu erhöhen, wird in die Rohrleitung eine Pumpe (mechanische Leistung P_m) eingebaut. Strömungsverluste treten in den beiden 90°-Krümmern (ζ_k) und durch Rohrreibung (λ) auf.

<u>Gegeben:</u>

ρ_w	$= 10^3$ kg/m^3	h_0	= 12,3 m	l	= 50 m
g	= 9,81 m/s^2	d	= 15 mm	ζ_k	= 0,3
D	= 40 mm	λ_k	= 0,03	h	= 12 m

1. Wie groß ist die Austrittsgeschwindigkeit w_2 aus der Düse?
2. Wie hoch ist die erforderliche mechanische Leistung der Pumpe?



Lösung:

1. w_2 = 15,34 m/s
2. P_m = 232,75 W

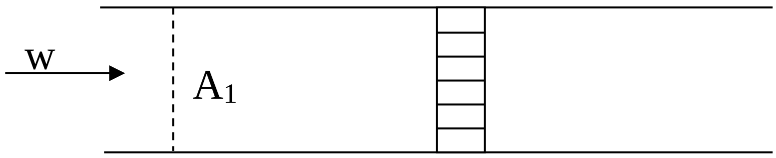
EmV-19 – Rohrleitung mit Gleichrichter

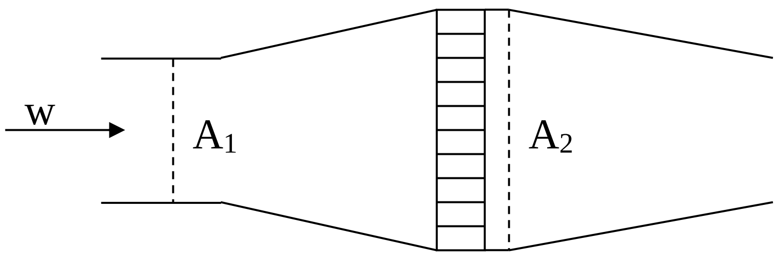
In eine Rohrleitung muss ein Gleichrichter mit $\zeta = 2$ eingebaut werden.

Um wie viel Prozent wird die Verlustleistung reduziert, wenn für den Gleichrichter der Querschnitt des Rohres verdoppelt wird ($A_2 = 2 \cdot A_1$)? Für den dazu notwendigen Diffusor ist die auf w_1 bezogene Widerstandszahl:

$$\zeta_0 = 0{,}2 \cdot \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right].$$

Die Verluste in der Verengung hinter dem Gleichrichter seien zu vernachlässigen.



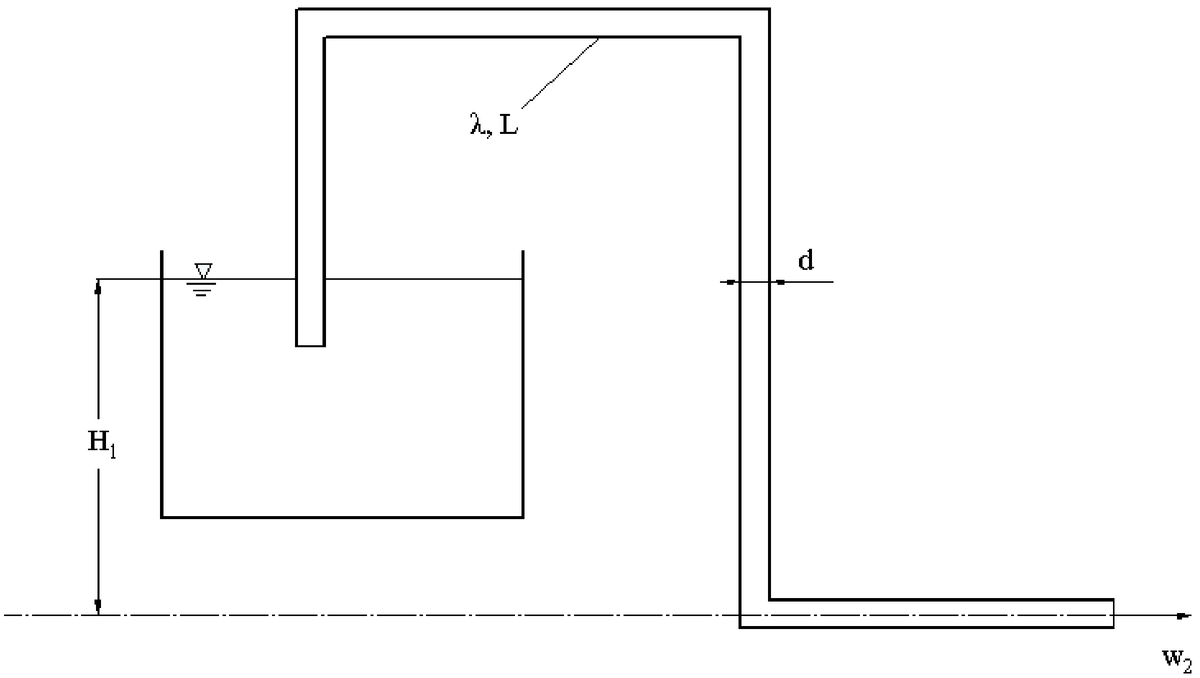


Lösung: $\frac{\Delta P}{P} = 67{,}5\%$

EmV-20 – Saugheber

Eine Flüssigkeit wird mittels eines Saughebers (hydraulisch glattes Rohr, Länge L, Durchmesser d, Rohrreibungszahl λ) aus einem großen, offenen Behälter gepumpt. Verluste am Rohreintritt, am Austritt in die Umgebung und in den Umlenkungen sind vernachlässigbar.

Berechnen die stationäre Austrittsgeschwindigkeit w_2.



<ins>Gegeben:</ins>

$L = 4$ m $d = 0{,}03$ m $H_1 = 1$ m
$\nu = 10^{-6}$ m^2/s $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung:

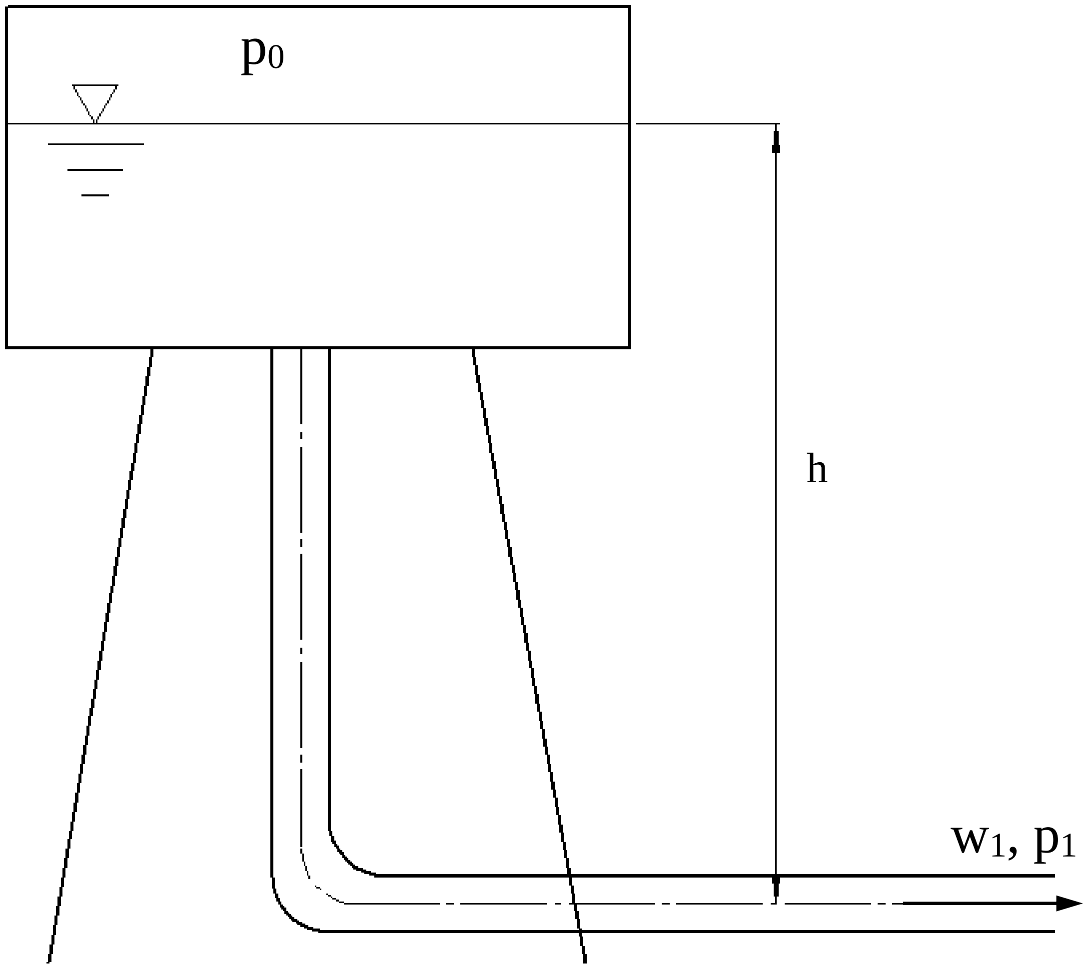
$w = 2{,}3$ m/s   (bei einem λ von 0,0194)

EmV-21 – Großer Wasserturm

Aus einem Wasserturm fließt Wasser durch eine Rohrleitung (hydraulisch glatt) mit dem Durchmesser d zum Abnehmer. Der Turm ist offen, der Innendruck ist dementsprechend p_0. Der Wasserspiegel liegt um h = 50 m über dem Niveau des Abnehmers. Rohrreibungsverluste sind zu beachten.

Gegeben:						
	p_0	$= 1$ bar	p_1	$= 2$ bar	h	$= 50$ m
	d	$= 1$ cm	g	$= 10\ m/s^2$	ν	$= 10^{-6}\ m^2/s$
	ρ	$= 10^3\ kg/m^3$				

a) Bei welchem Volumenstrom $\dot{V}$ ist die Strömung gerade noch laminar?
b) Wie groß ist bei diesem Volumenstrom die Länge l_1 der Rohrleitung?
c) Wie ändert sich die Länge l_2 der Rohrleitung bei Verdopplung des Volumenstromes?



Lösung:

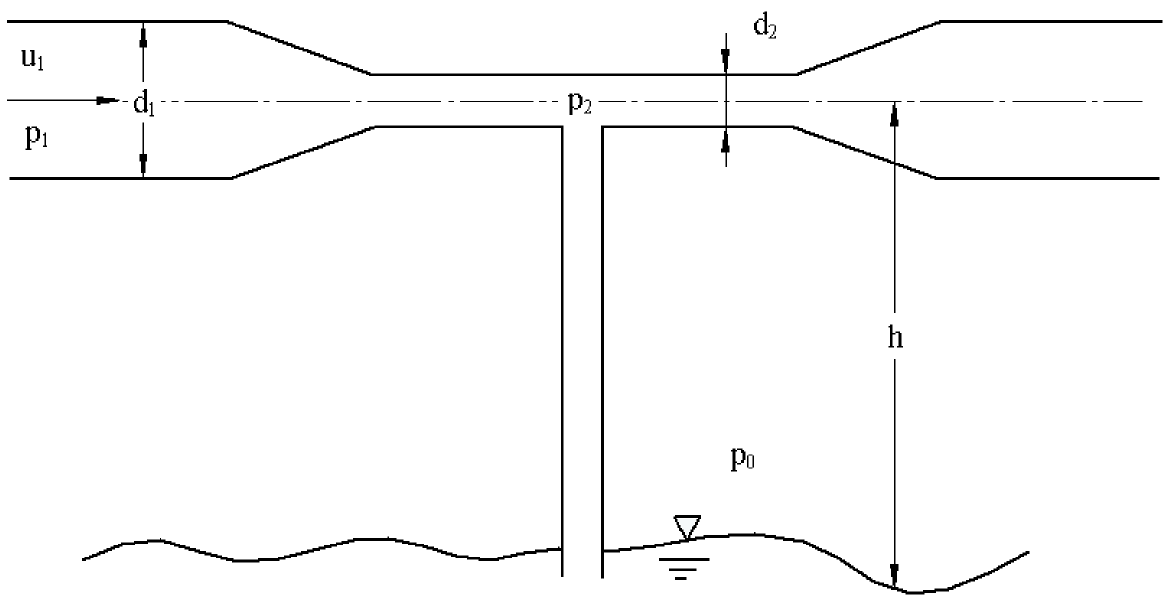
a) $\dot{V} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ m^3/s$ b) $l_1 = 5434{,}8$ m c) $l_2 = 985{,}32$ m

EmV-22 – Waagerechte Rohrleitung mit Einschnürungsstelle

Eine waagerechte Rohrleitung wird vom Durchmesser d_1 auf den Durchmesser d_2 verengt (ζ, bezogen auf u_1). An die Einschnürungsstelle ist ein senkrechtes Steigrohr angeschlossen, welches in ein großes Wasserreservoir hineinreicht.

Gegeben:

u_1	= 5 m/s	d_1	= 0,01 m	d_2	= 0,005 m	ζ	= 0,5
p_0	= 1 bar	p_1	= 2,5 bar	ρ	= 10^3 kg/m³	g	= 10 m/s²



a) Bestimmen Sie den einfließenden Volumenstrom $\dot{V}$.
b) Wie groß ist der Druck p_2 in der Einschnürungsstelle?
c) Vergleichen Sie den Druck p_2 mit dem Umgebungsdruck p_0. Was folgt daraus für eine mögliche Strömungsrichtung im Steigrohr?
d) Berechnen Sie die maximale Höhe $h = h_{max}$ aus der Bedingung verschwindender Geschwindigkeit im Steigrohr.

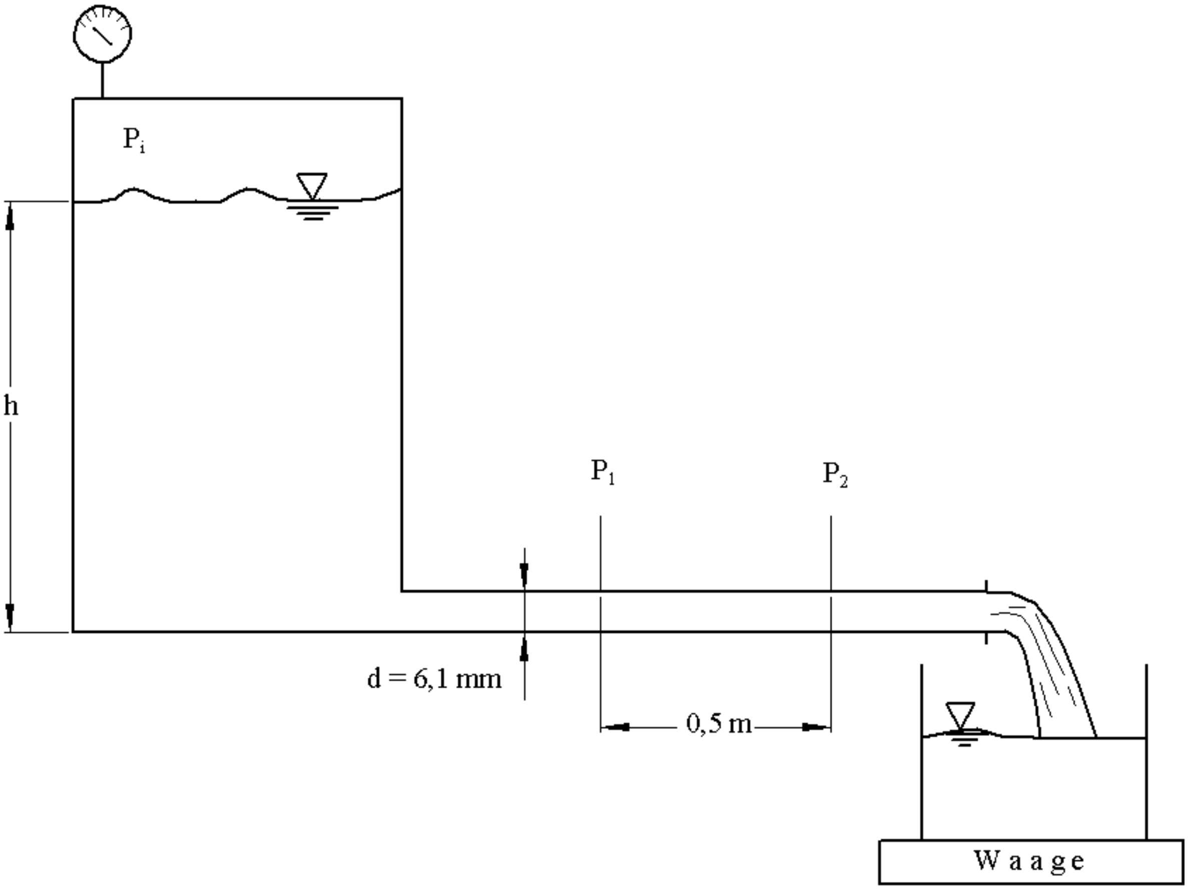
Lösung:

a) $\dot{V}$ $= 3{,}927 \cdot 10^{-4}$ m³/s
b) p_2 = 0,5625 bar
c) p_2 $< p_0$ (Steigrohrströmung nach oben gerichtet)
d) h_{max} = 4,375 m

EmV-23 – Experimentelle Bestimmung der Rohrreibungszahl

Ein Experimentator benutzt zur Ermittlung des Rohrwiderstandes einer ausgebildeten Strömung, die im Bild dargestellte Anlage. Der Durchfluss kann durch Verändern des Druckes variiert werden. Die Messgrößen sind: Druckdifferenz $\Delta p = p_1 - p_2$, Masse m, Durchflusszeit t. p_i und h können während der Messung als konstant angesehen werden.

Gegeben: $\rho = 998{,}5\ kg/m^3$ $\quad \nu = 1{,}07 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$ $\quad \Delta p = 87\ Pa$
$m = 132{,}2\ g$ $\quad t = 24{,}95\ s$



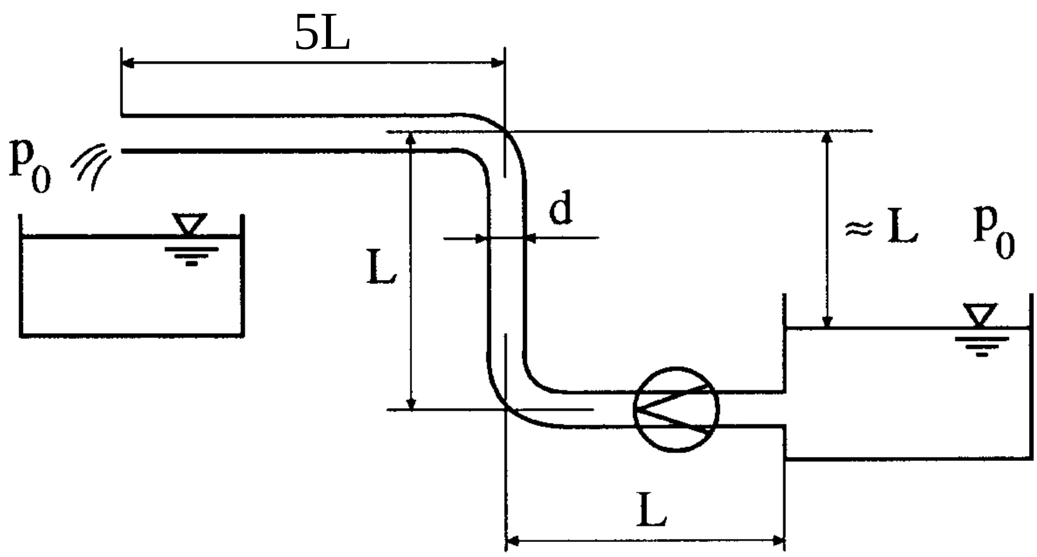
a) Berechnen Sie den Reibungsbeiwert λ_{exp} und vergleichen Sie diesen mit dem theoretischen Wert λ_{th}. Wie groß ist der auf den theoretischen Wert bezogene relative Fehler f.
b) Wie hängt der Reibungsbeiwert λ von d und $\dot{V}$ bei festem m, t, Δp ab?
c) Um wie viel Prozent ändert sich der Reibungsbeiwert λ bei einer Durchmessererhöhung von 3%? (alle anderen Größen bleiben konstant)

Lösung:

a) $\lambda_{exp} = 0{,}0645$ $\quad \lambda_{th} = 0{,}0618$ $\quad f = 4{,}3\ \%$
b) $\lambda = d^5/\dot{V}^2$ $\quad$ c) $\lambda_1/\lambda_2 = 16\%$
c)

EmV-24 – Pumpe fördert Wasser in einen höher gelegenen Behälter

Eine Pumpe mit dem Wirkungsgrad η fördert Wasser aus einem Reservoir in einen höher gelegenen Behälter. Es treten Rohrreibungsverluste sowie Verluste in den Krümmern (jeder Krümmer mit ζ_K) auf.



Gegeben: $L = 5\ \mathrm{m}$ $\quad d = 0{,}05\ \mathrm{m}$ $\quad \zeta_K = 0{,}3$

$\varrho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad \eta = 0{,}85$

$\nu = 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$ $\quad g = 10\ \mathrm{m/s^2}$

Gesucht werden die mechanische Leistung P sowie die Wellenleistung P_W der Pumpe für:

a) $\dot{V} = \frac{\pi}{4} \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{s}}$ für ein glattes Rohr

b) $\dot{V} = \frac{\pi}{40}\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{s}}$ für ein raues Rohr mit $\frac{k_S}{d} = 10^{-3}$

Wie groß ist in den Fällen (a) und (b) der prozentuale Anteil der Verlustleistung (auf P bezogene nötige Leistung, um die Reibungsverluste zu überwinden)?

Lösung:

a) $P = 40{,}48\ \mathrm{kW}$ $\quad P_W = 47{,}62\ \mathrm{kW}$ $\quad \mathrm{Verlustanteil} = 2{,}98\ \%$

b) $P = 904{,}87\ \mathrm{kW}$ $\quad P_W = 1064{,}55\ \mathrm{kW}$ $\quad \mathrm{Verlustanteil} = 99{,}57\ \%$

EmV-25 – Maximaler Volumenstrom bei laminarer Rohrströmung

Welches Wasservolumen ($\nu_w = 1 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$) lässt sich in einer Stunde bei laminarer Strömung durch ein Rohr ($d = 100\ mm$) pumpen?

Lösung:

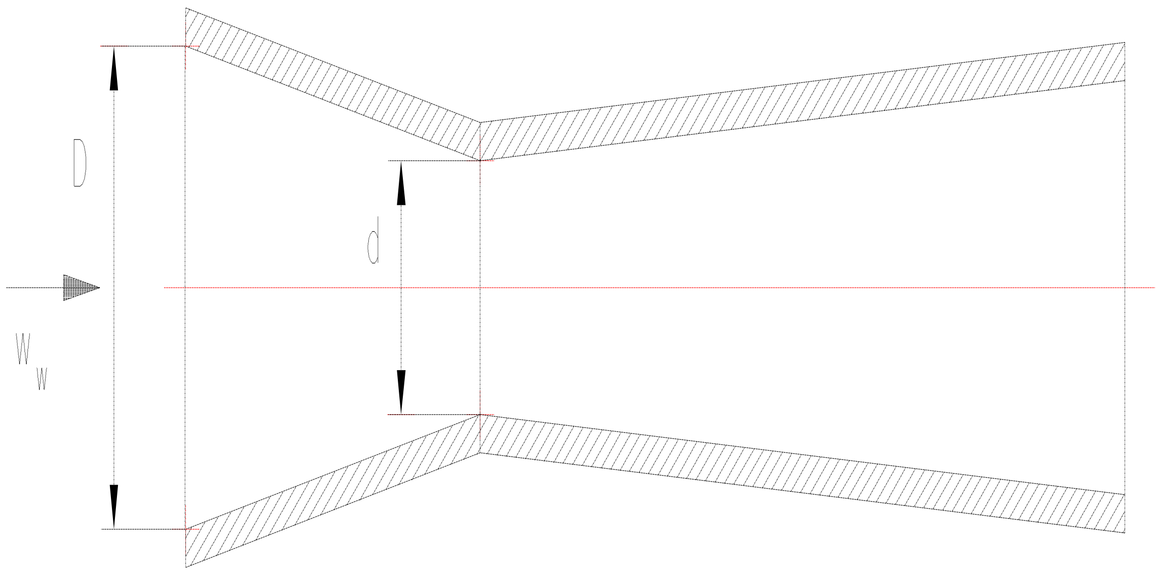
$\dot{V} = 0{,}656\ m^3/h$

EmV-26 – Volumenstrom bei dynamisch ähnlichen Strömungen

Durch eine Düse (D = 0,15 m ; d = 0,08 m) fließt Wasser mit einem Volumenstrom von $\dot{V} = 0{,}005\ m^3/h$.

Wie viel m^3 Öl werden in einer Sekunde durch diese Düse fließen, wenn die zwei Strömungen dynamisch ähnlich sind?

Kinematische Viskosität	für Wasser:	$\nu_W = 0{,}015\ cm^2/s$
	für Öl :	$\nu_Ö = 0{,}14\ cm^2/s$



Lösung:

$\dot{V} = 0{,}047\ m^3/h$

EmV-27 – Vorratsbehälter

Aus einem großen Vorratsbehälter fließt Wasser durch ein Rohr mit dem Durchmesser d = 0,01 m. Bei Abnehmer in einem unteren großen Behälter herrscht der Druck p_1. Der Wasserspiegel des Vorratsbehälters liegt um h = 50 m über dem Niveau des Abnehmers.

3. Bei welchem Volumenstrom ist die Strömung gerade noch laminar?
4. Wie groß sind bei diesem Volumenstrom die Länge l_1 des Rohres und die Verluste im Rohr?
5. Wie ändert sich die Länge des Rohres bei Verdopplung des Volumen-stromes? Wie groß sind die Verluste im neuen Rohr?

Lösung:

a	w	0,232
	$V_{laminar}$	1,82212E-05
b	l	5259,9677
	Δp_v	390500,0000
c	w_{2V}	0,4640
	Re_{2V} nach Blasius	4640,0000
	l_{2V}	947,45259
	Δp_{v2V}	390500,0000

EmV-28 – Ermittlung des Rohrwiderstandes

Ein Experimentator benutzt zur Ermittlung des Rohrwiderstandes einer ausgebildeten Strömung, die im Bild dargestellte Anlage. Der Durchfluss kann durch Verändern des Druckes

1 Bei welchem Volumenstrom ist die Strömung gerade noch laminar?

2 Wie groß sind bei diesem Volumenstrom die Länge l_1 des Rohres und die Verluste im Rohr?

3 Wie ändert sich die Länge des Rohres bei Verdopplung des Volumenstromes? Wie groß sind die Verluste im neuen Rohr?

Lösung:

	Lösung	
a	w	0,181578024
	$V_{laminar}$	5,30656E-06
	$\lambda_{laminar}$	0,064481
	Re	1035,164433
	λ_{Liter}	0,061826
	Δp_{1-2}	87,000000
	Relative Fehler	4,2951%
b	Konstante K	0,2150
c		1,15927
d	$\Delta p_{Ges.}$	870,0000
	ρ*g*h	9795,2850
	p_i	91091,17556

EmV-29 – Eine waagerechte Rohrleitung

Eine waagerechte Rohrleitung wird vom Durchmesser d_1 auf den Durchmesser d_2 verengt. An der Einschnürungsstelle wird ein senkrechtes Steigrohr angeschlossen.

Gegeben:

a) Bestimme den Volumenstrom, ohne eine Abnehme oder ein Zuführen durch das Steigrohr zu berücksichtigen.

b) Wie groß ist der Druck p_2 in der Einschnürungsstelle?

c) Vergleiche den Druck p_2 mit dem Umgebungsdruck p_0. Was folgt daraus für die Strömungsrichtung im Steigrohr?

d) Berechne die maximale Höhe h_{max} aus der Bedingung verschwindender Geschwindigkeit im Steigrohr.

Lösung:

	Lösung	
a	V	0,0003927
b	w_2	20
	p_2	56250
c		steigt
d	h_{max}	4,46

EmV-30 – Fischkutter

Ein Fischkutter der Länge L fährt mit der Geschwindigkeit v. Durch Bewuchs wird mit einer Rauhigkeit k = 50 mm gerechnet.

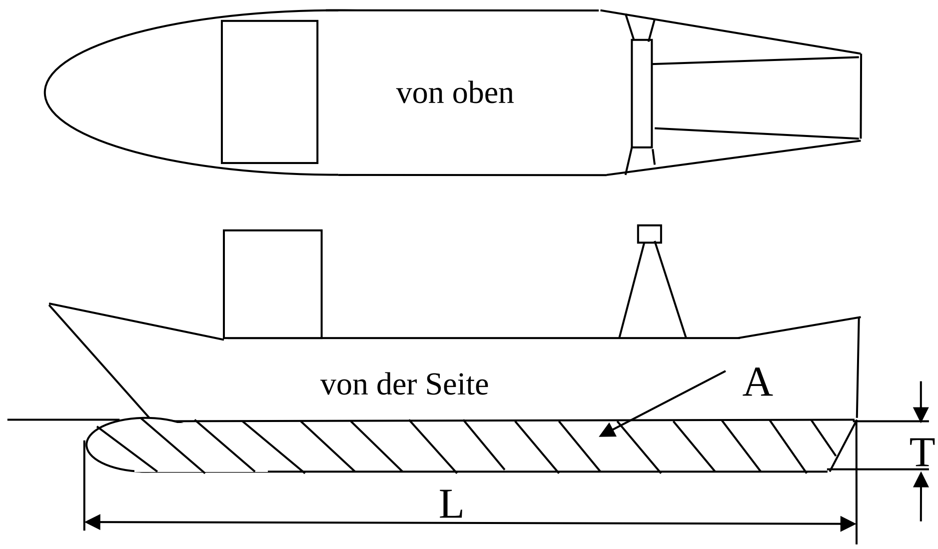
a) Wie groß ist die Verlustleistung durch Reibung für jeden Meter Tiefgang (Schiffswand = ebene Fläche)?

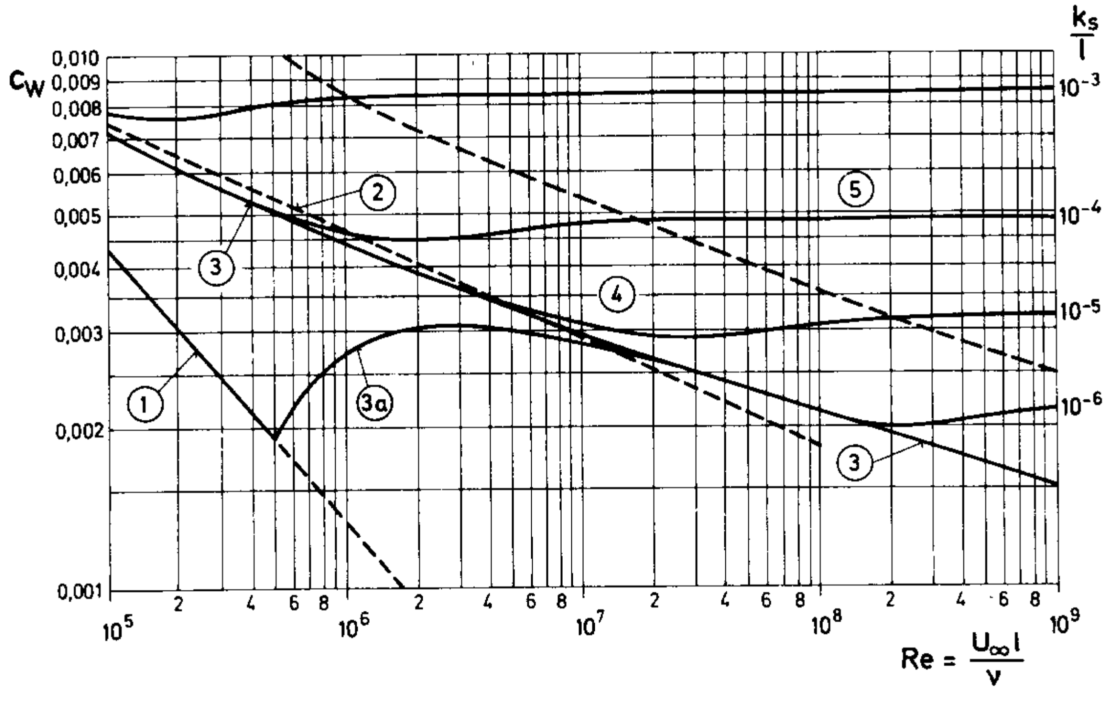
b) In welchem Abstand vom Bug liegt der laminar-turbulente Umschlagpunkt der Strömung?

Hinweis: Die Umströmung des Kutters soll als Umströmung einer längs angeströmten ebenen Platte angenommen werden!

Gegeben:

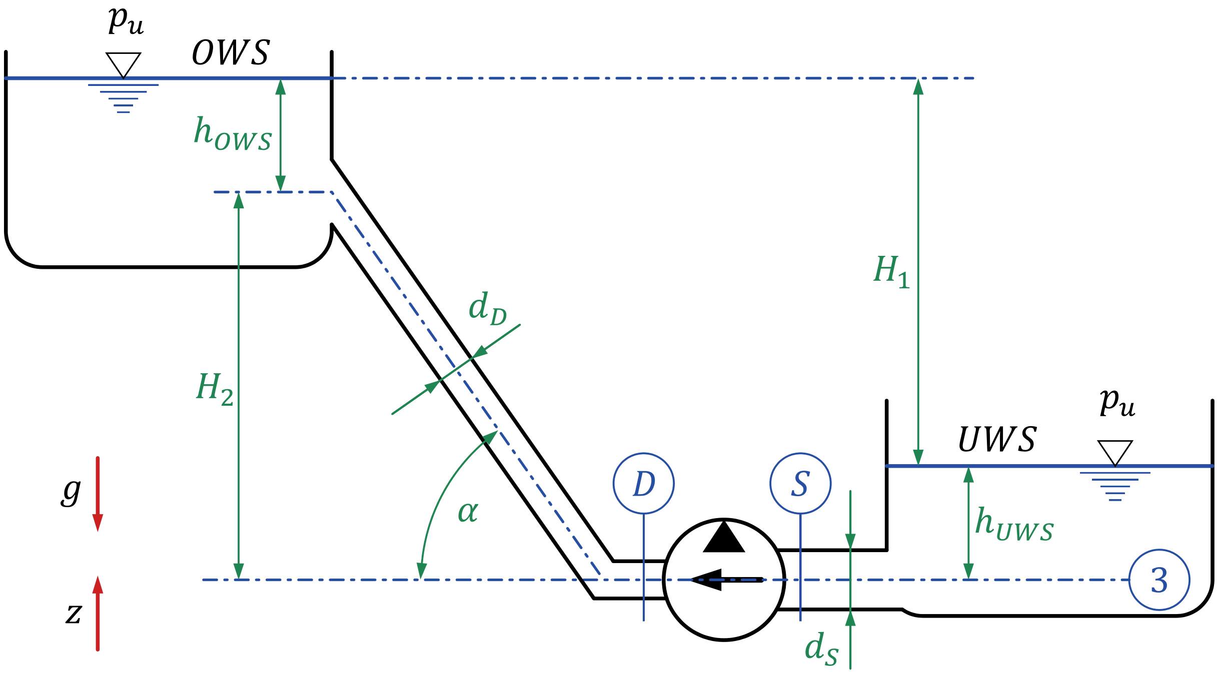
L = 50 m v = 5 m/s k = 50 mm $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$ $\rho = 10^3\ kg/m^3$





EmV-31 – Pumpspeicherkraftwerk

In einem Pumpspeicherwerk wird Energie durch das Hochpumpen von Wasser auf ein höheres Niveau gespeichert. Damit immer genügend Wasser für den Pumpbetrieb vorhanden ist, ist die Saugleitung $h_{UWS} = 15\ \mathrm{m}$ unterhalb der Wasseroberfläche angeschlossen. Die Höhe der Druckleitung unter der Wasseroberfläche beträgt $h_{OWS} = 15\ \mathrm{m}$. Der Hang hat eine Steigung von $\alpha = 25°$.



Der dazugehörige Stausee liegt $500\ \mathrm{m}$ über dem Unterwasserbecken. Die Höhendifferenzen H_1 und H_2 sind dabei gleich → $H_1 = H_2 = H$. Die Rohrleitungen der Pumpenanlage haben auf der Saugseite einen Durchmesser von $d_S = 2{,}5\ \mathrm{m}$ und auf der Druckseite einen Durchmesser von $d_D = 2{,}0\ \mathrm{m}$. Der Volumenstrom beträgt beim Pumpen des Wassers $Q_P = 10\ \mathrm{m^3/s}$. Der Luftdruck beträgt $p_u = 1\ \mathrm{bar}$.

Die Verluste auf der Saugseite der Pumpe werden vernachlässigt. Die Verluste in der Rohrreibung und beim Eintritt in den oberen Behälter sollen berücksichtigt werden. Die Rohrreibungszahl für das Rohr beträgt $\lambda = 0{,}03$ und der Verlustbeiwert für den Eintritt in den oberen Behälter beträgt $\zeta_E = 1$.

Des Weiteren ist Erdbeschleunigung mit $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ und die Dichte von Wasser mit $\varrho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$ gegeben.

1. Wie groß sind die Geschwindigkeiten w_S und w_D beim Pumpen des Wassers?
2. Welche Strömungsart liegt vor?
3. Wie groß ist der Eingangsdruck der Pumpe p_S?
4. Wie groß ist der hydrostatische Druck an der Stelle p_3?
5. Welche Leistung P_M muss von der Pumpe aufgebracht werden?
6. Wie groß ist der Ausgangsdruck aus der Pumpe p_D?

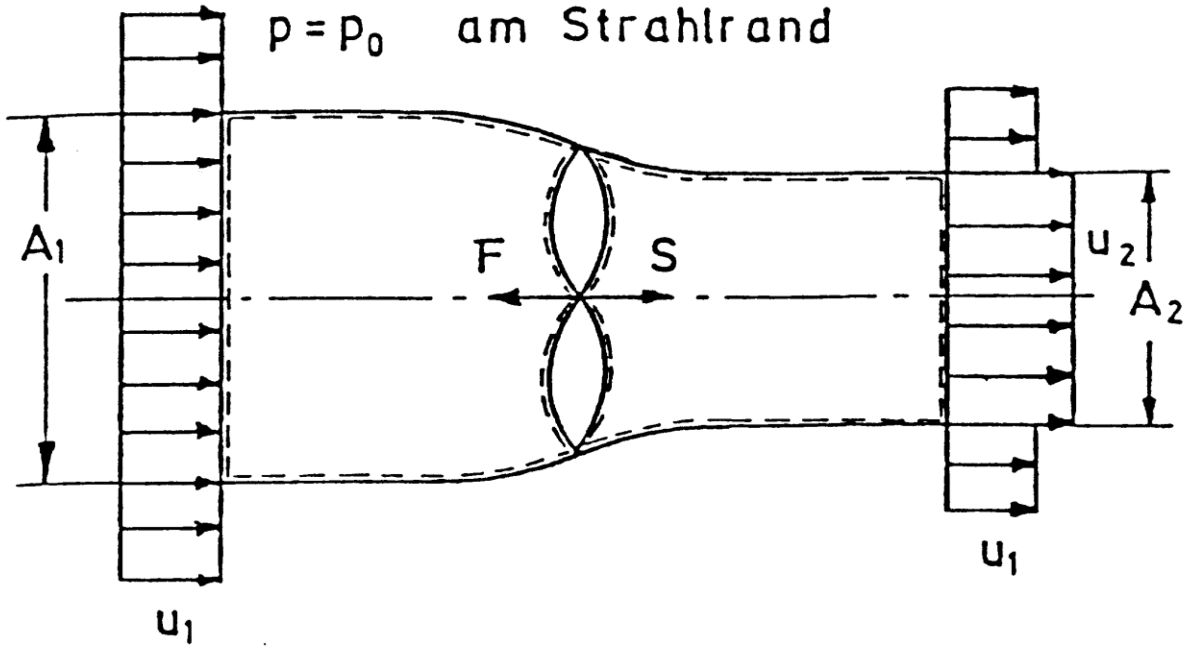
Lösung:

1. $w_S = 2{,}037\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\qquad w_D = 3{,}183\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
2. $Re_S = 5{,}093 \cdot 10^6$ und $Re_D = 6{,}366 \cdot 10^6$ → beide turbulent
3. $p_S = 2{,}451\ \mathrm{bar}$
4. $p_3 = 2{,}471\ \mathrm{bar}$
5. $P_M = 50\ \mathrm{MW}$
6. $p_D = 52{,}471\ \mathrm{bar}$

I – Anwendung des Impulssatzes

I-1 – Propeller bewegt sich durch ein ruhendes newtonsches Fluid

Ein Propeller bewegt sich mit einer Geschwindigkeit u_1 durch ein ruhendes newtonsches Fluid (Luft oder Wasser). Diese Betrachtungsweise stellt ein instationäres Problem dar.



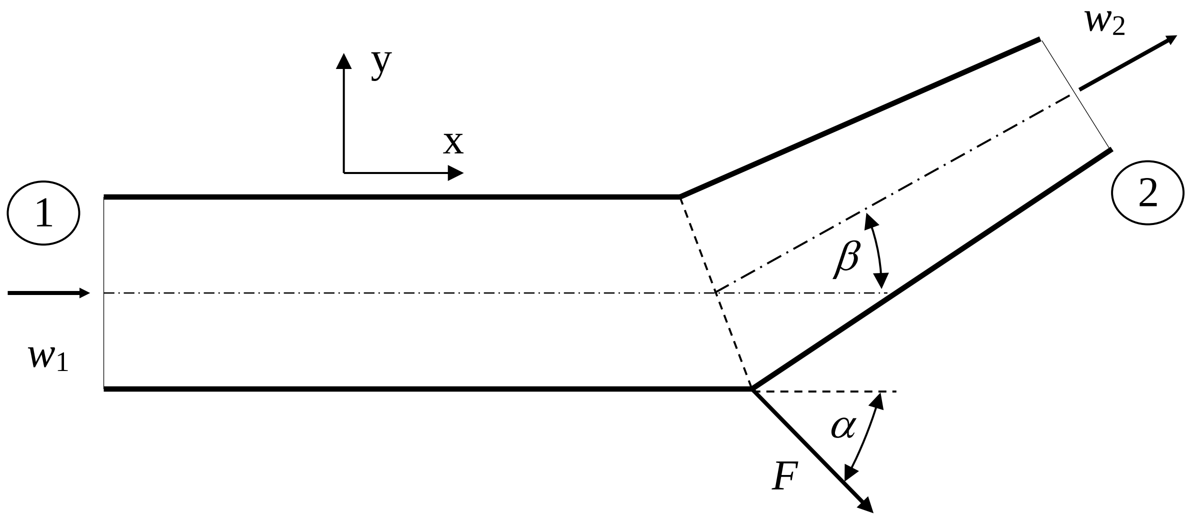
Es wird stationär für einen auf dem Propeller mitbewegten Beobachter. Für diesen Beobachter strömt das Fluid mit u_1 in einem Strahl der Fläche A_1 gegen den Propeller an und strömt in einiger Entfernung hinter dem Propeller als Strahl der Fläche A_2 mit u_2 ab.
Berechnen Sie die Schubkraft S, die vom Propeller auf das Fluid ausgeübt wird für eine Luftströmung ($u_{1\text{-Luft}}$) mit der Dichte $\rho_L = 1{,}25\ \mathrm{kg/m^3}$ und für eine Wasserströmung ($u_{1\text{-Wasser}}$ mit der Dichte $\rho_W = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$.
Berechne die Druckdifferenz direkt vor und hinter dem Propeller, die Geschwindigkeit in der Propellerebene sowie seinen Durchmesser.
Bestimme den theoretischen Wirkungsgrad des Propellers.
Die Kraft F ist die Reaktion des Fluids auf den Propeller und wurde nur zum besseren Verständnis eingezeichnet.
Folgende Daten sind bekannt:
$d_1 = 0{,}6$ m $\quad d_2 = 0{,}5$ m $\quad u_{1\text{-Luft}} = 800$ km/h $\quad u_{1\text{-Wasser}} = 32$ km/h.

Lösung:

$S_{Luft} = -959{,}93$ N $\qquad S_{Wasser} = 1190{,}31$ N

I-2 – Strömung durch einen Rohrkrümmer

Durch einen Krümmer fließt reibungsfrei Wasser. Die Eintrittsgeschwindigkeit ist w_1. Der Druck p_1, der Querschnitt A_1, der Querschnitt A_2 und der Winkel des Krümmers β sind bekannt. Die potentiellen Energien an den Querschnitten (1) und (2) sollen vernachlässigt werden.
Berechnen Sie die Kraft F, die vom Fluid auf den Krümmer ausgeübt wird und die Richtung (α).

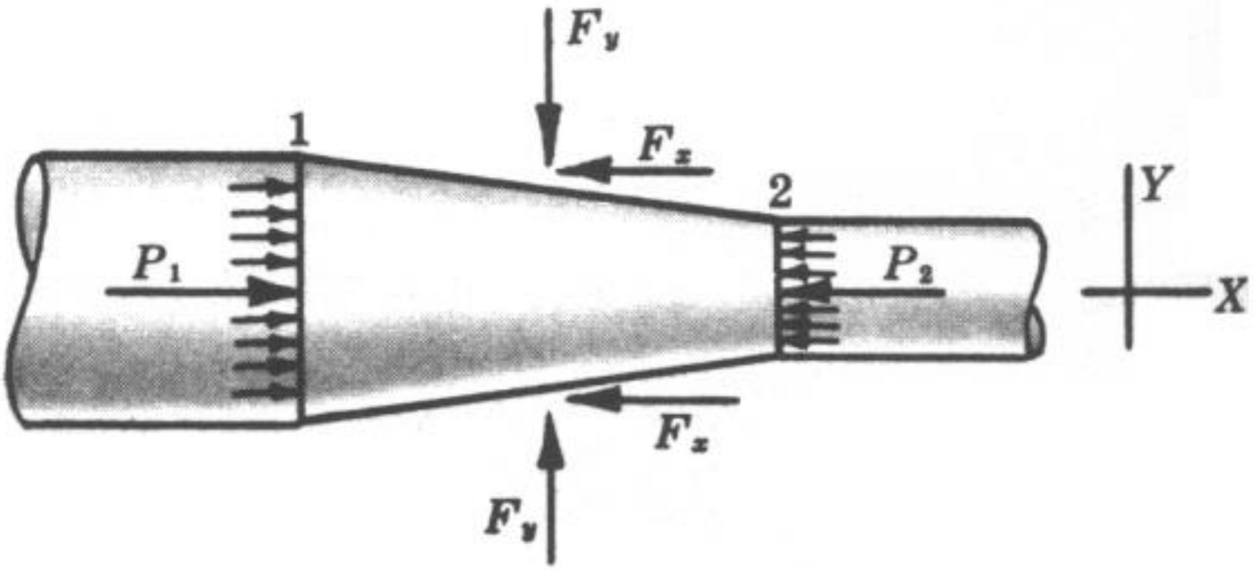


<u>Gegeben:</u> $d_1 = 1$ m $d_2 = 0{,}874$ m $p_1 = 1$ bar
$w_1 = 10$ m/s $\rho = 1000$ kg/m³ $\beta = 30°$

Lösung: $F_x = 34{,}6$ kN
$F_y = -70{,}7$ kN
$F = 78{,}7$ kN
$\alpha = -63{,}9$ °

I-3 – Krafteinwirkung auf ein Reduzierstück

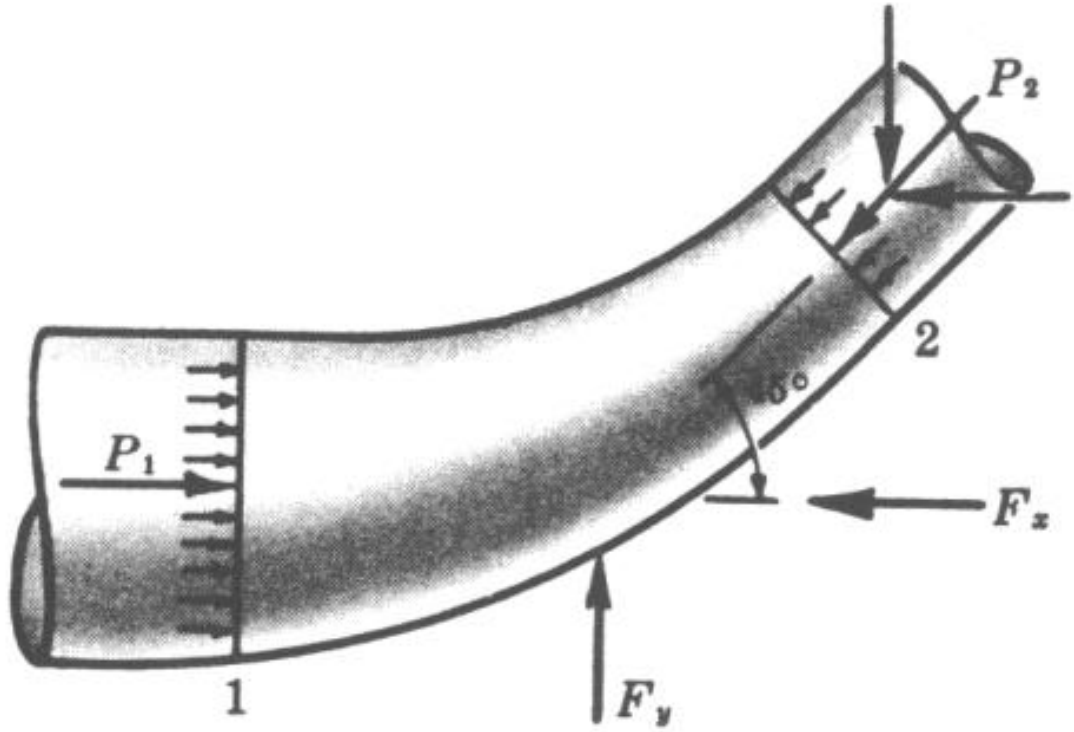
Ein 60 cm Rohr ist über ein konisch zusammenlaufendendes Reduzierstück mit einem 30 cm Rohr verbunden. Der Volumenstrom $\dot{V}$ beträgt 900 l/s bei einem Druck p_1 von 2,74 bar.
Mit welcher Kraft wirkt das Öl ($\rho_{Öl}$ = 780 kg/m^3) auf das Reduzierstück, wenn man alle Verluste vernachlässigt?



Lösung: $F = F_x = 55.6$ kN

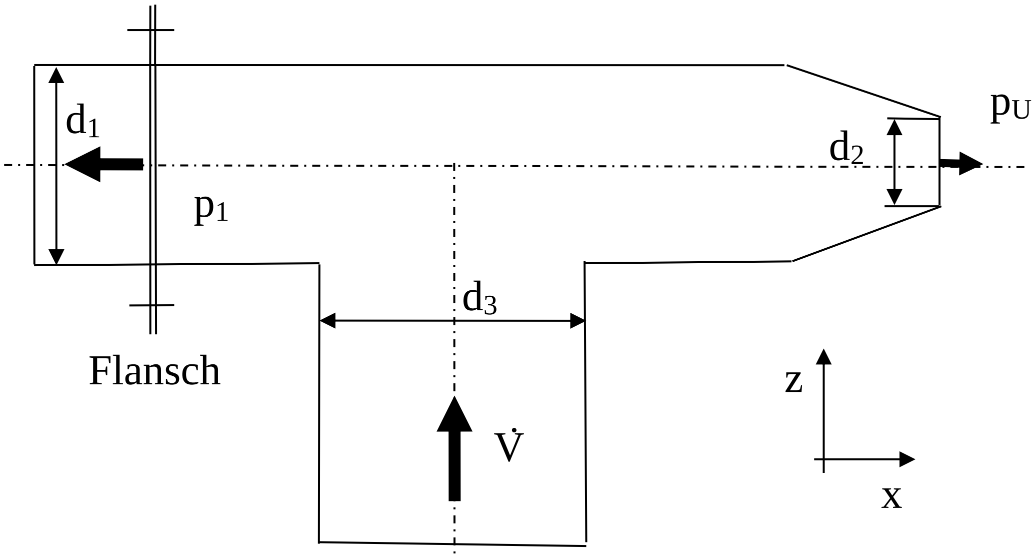
I-4 – Krafteinwirkung von Wasser

Ein sich verjüngender 45°- Krümmer, Eintrittsdurchmesser 60 cm, Austrittsdurchmesser 30 cm, wird von 450 l/s Wasser durchströmt. Der Druck p_1 beträgt 1,47 bar. Wie groß ist die Kraft (unter der Vernachlässigung von Verlusten im Krümmer), die das Wasser (ρ = 1000 kg/m^3) auf den Krümmer ausübt, und unter welchem Winkel greift sie an?



Lösung: F = 34,9 kN, θ = -14°

I-4.1.1 Rohr–T–Stück III. Strömung von links und nach unten



<u>Gegeben:</u> $\dot{V}_1$ = 0,25 m³/s ρ = 1000 kg/m³ p_U = 1 bar
d_1 = 0,3 m d_2 = 0,1 m d_3 = 0,15 m

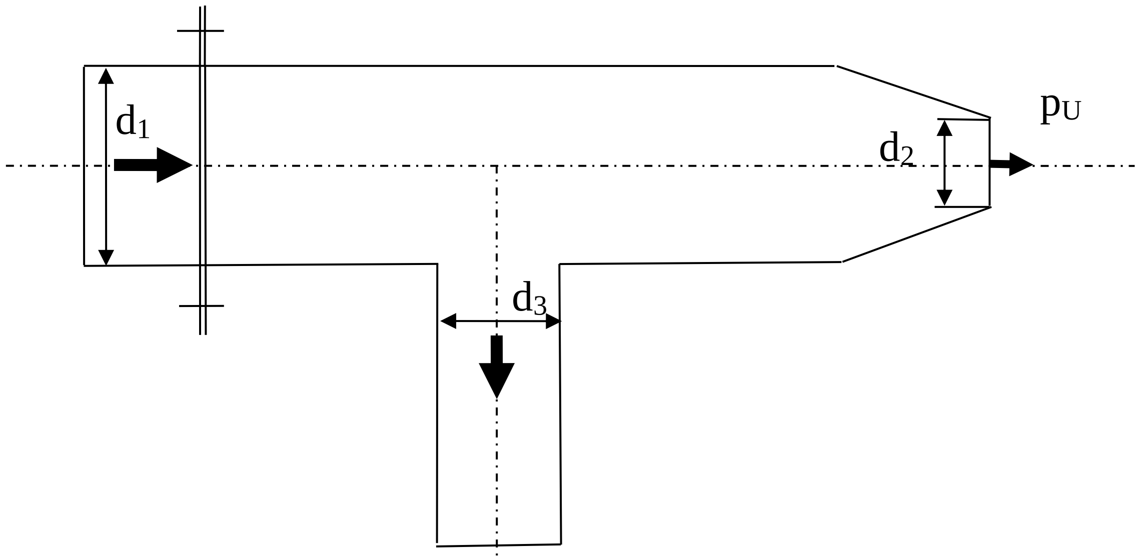
Durch eine angeflanschte Rohrleitung (Durchmesser d_1) tritt Wasser mit der Dichte ρ und dem Volumenstrom $\dot{V}_1$ ein in ein T-Stück ein. Vom eintretenden Volumenstrom $\dot{V}_1$ fließen 70 % in eine Rohrleitung (Durchmesser d_3). Das restliche Fluid tritt durch eine Öffnung (Durchmesser d_2) in die Umgebung aus. Die Strömung ist als inkompressibel zu betrachten. Reibung, Höhenunterschiede und Gewichtskraft des T-Stückes sind zu vernachlässigen.

a. Wie groß sind die Geschwindigkeiten w_1, w_2 und w_3?
b. Wie groß sind die Drücke p_1 und p_3?
c. Wie groß sind die Komponenten der Stützkraft F_{Sx} und F_{Sz}
d. Wie groß ist die nötige Haltekraft F_H, mit welcher der Krümmer an dem Flansch gehalten werden muss, ihre Komponenten F_{Hx} und F_{Hz} sowie die Angriffsrichtung α.

Lösung:

- F_{Hx} = -2,949 kN
- F_{Hy} = -1,672 kN
- F_H = -3,389 kN
- α = 209,56 °

I-4.1.2 Rohr–T–Stück IV. Strömung von links mit Einsaugen



<u>Gegeben:</u>	$\dot{V}_1$	$= 0{,}25\ m^3/s$	ρ	$= 1000\ kg/m^3$	p_U	$= 1\ bar$
	d_1	$= 0{,}3\ m$	d_2	$= 0{,}1\ m$	d_3	$= 0{,}15\ m$

In eine angeflanschte Rohrleitung (Durchmesser d_1) tritt Wasser mit der Dichte ρ und dem Volumenstrom $\dot{V}_1$ ein. Von unten wird ein Volumenstrom V_3 eingesaugt. Beim Austreten aus der Düse in die Umgebung wird die Geschwindigkeit $w_2 = 35$ m/s erreicht Die Strömung ist als inkompressibel zu betrachten. Reibung, Höhenunterschiede und Gewichtskraft des T-Stückes sind zu vernachlässigen.

a. Wie groß sind die Geschwindigkeiten w_1 und w_3?

b) Wie groß sind die Drücke p_1 und p_3?

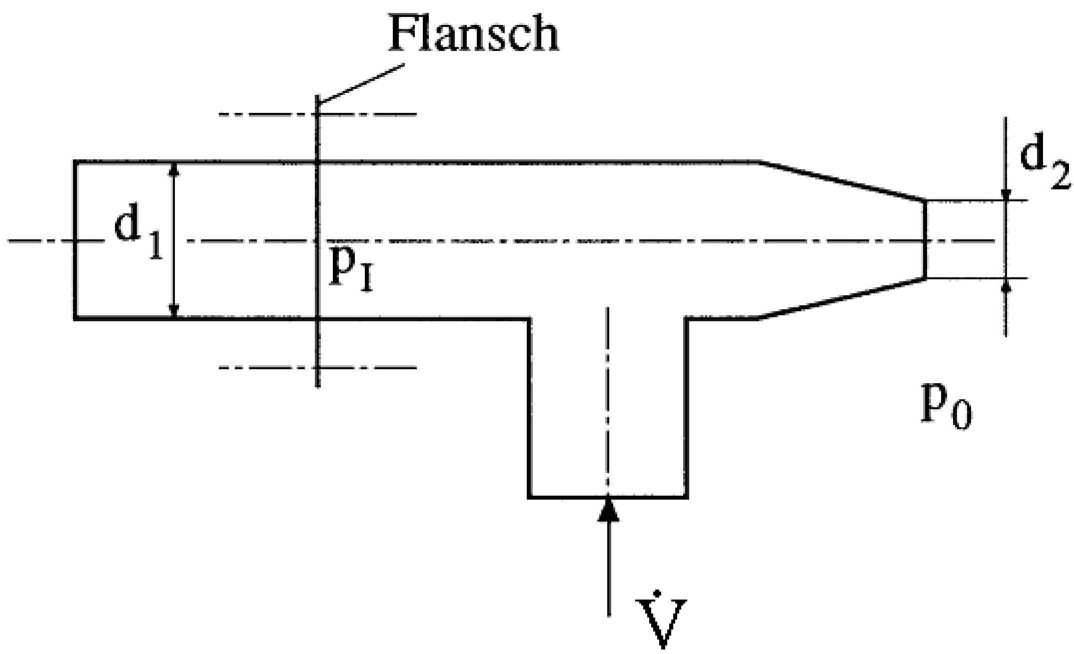
c) Wie groß sind die Komponenten der Stützkraft F_{Sx} und F_{Sz}?

d) Wie groß ist die nötige Haltekraft F_H, mit welcher der Krümmer an dem Flansch gehalten werden muss, ihre Komponenten F_{Hx} und F_{Hz} sowie die Angriffsrichtung α.

Lösung:

- F_{Hx} = -34,116 kN
- F_{Hz} = -10,841 kN
- F_H = 35,797 kN
- α = 197,63 °

I-5 – Rohr–T–Stück I



<u>Gegeben:</u>

$\dot{V}$	= 0,14 m³/s	ρ	= 1000 kg/m³	p_0	= 1 bar
p_i	= 7,33 bar	d_1	= 0,2 m	d_2	= 0,05 m

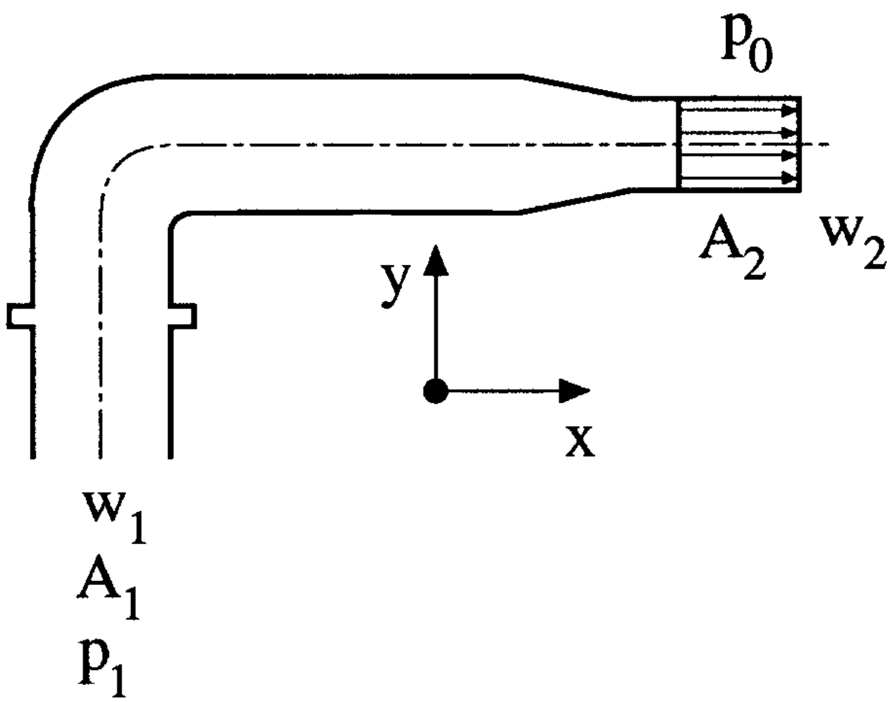
In ein T-Stück tritt Wasser mit der Dichte ρ. Vom eintretenden Volumenstrom $\dot{V}$ fließen 50 % in eine angeflanschte Rohrleitung (Durchmesser d_1). Im Flanschbereich liegt ein Innendruck p_i vor. Das restliche Fluid tritt durch eine Öffnung (Durchmesser d_2) in die Umgebung aus. Die Strömung ist als inkompressibel zu betrachten, Reibung ist zu vernachlässigen.

a) Bestimmen Sie aus der horizontalen Impulsbilanz die auf das Wasser wirkende externe Kraft F_{Sx}.
b) Welche horizontale Haltekraft F_{Hx} muss aufgebracht werden, um das T-Stück an die Rohrleitung zu pressen?

Lösung:

a) K_x = -20,5 kN
b) F = -17,5 kN

I-6 – Krümmer mit Düse



<u>Gegeben:</u> $A_1 = 0{,}1 m^2$ $A_2 = 0{,}05\ m^2$ $w_2 = 8\ m/s$
$p_0 = 1$ bar $\rho = 1000\ kg/m^3$

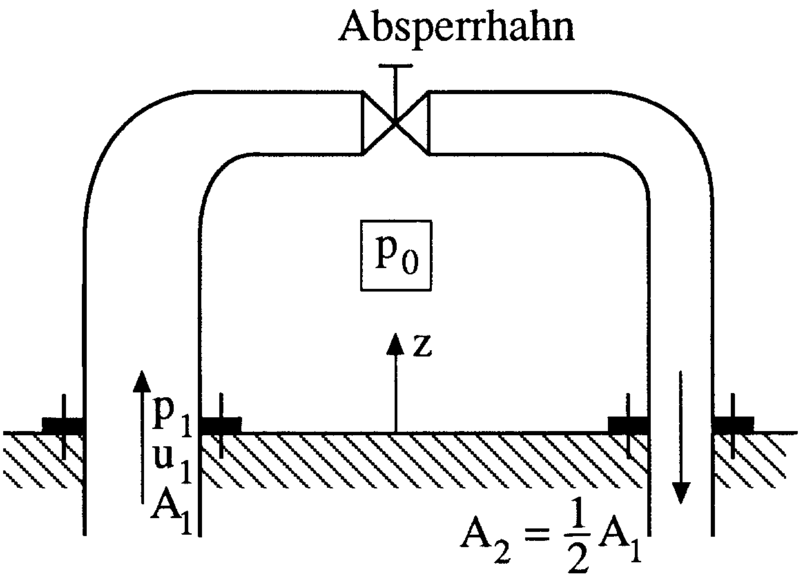
Ein 90° -Krümmer mit einem lichten Querschnitt A_1 ist auf der einen Seite als Düse ausgebildet, durch die ein Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit w_2 ins Freie austritt. Der Düsenquerschnitt ist A_2. Der Atmosphärendruck ist p_0, die Schwerkraft wird vernachlässigt, und die Strömung ist reibungsfrei.

Bestimmen Sie die Gesamthaltekraft, die notwendig ist, um den Krümmer in Position zu halten, ihre Komponenten und den Angriffswinkel α.

Lösung:

- $F_x = 3200$ N
- $F_y = -4000$ N
- $F = 5122{,}5$ N
- $\alpha = -51{,}34°$

I-7 – Horizontal – Rohrkrümmer mit Absperrhahn



Gegeben: $A_1 = 0{,}01\ m^2$ $\quad w_1 = 10\ m/s$ $\quad p_1 = 5 \cdot bar$
$p_0 = 1\ bar$ $\quad \rho = 1000\ kg/m^3$

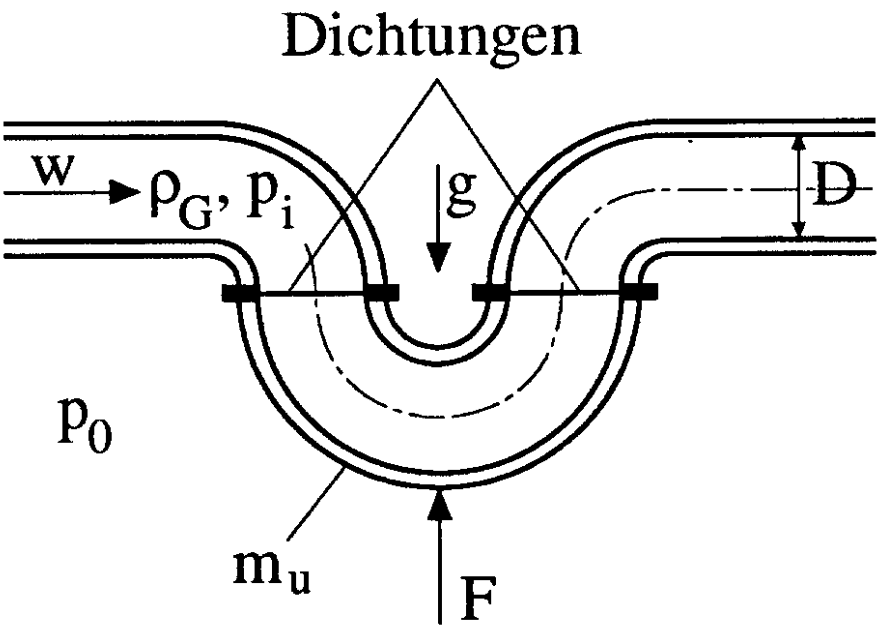
Gegeben ist ein horizontal angeordneter Rohrkrümmer, der sich in der ersten Umlenkung auf die halbe Querschnittsfläche verjüngt. Durch den Rohrkrümmer fließt Wasser.

Wie groß ist die Kraft auf die Flanschschrauben bei:

a) verlustloser Strömung,
b) bei einer Verlustziffer von $\xi = 1{,}5$ des teilweise geschlossenen Absperrhahns und sonst verlustloser Strömung?

Lösung: a) $F = 8250\ N$
b) $F = 6750\ N$

I-8 – Glasleitung mit Umlenkung



<u>Gegeben:</u>

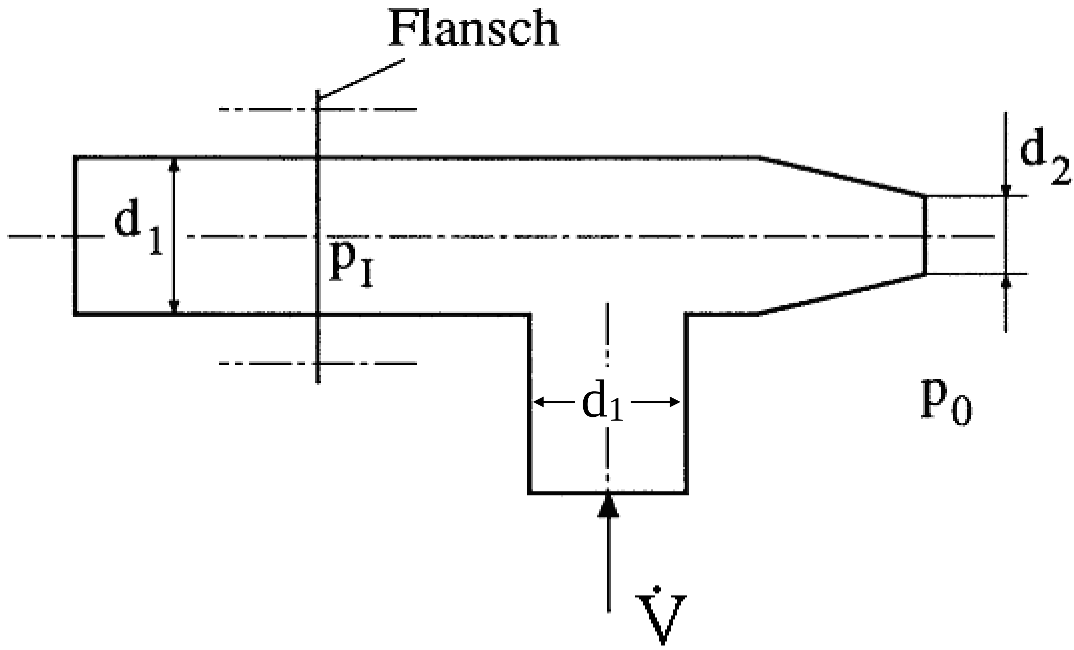
w	$= 100$ m/s	m_u	$= 50$ kg	D	$= 0{,}7$ m
p_0	$= 10^5$ N/m^2	p_i	$= 3$ bar	g	$= 9{,}81$ m/s^2
ρ_G	$= 2{,}5$ kg/m^3 = const.				

Eine Gasleitung vom Durchmesser D wird mit einer Geschwindigkeit w durchströmt. An einer Stelle der Leitung ist eine Umlenkung der Strömung eingebaut, um Wasser abzuscheiden. Die Umlenkung wird von einer Haltekraft F gegen die Dichtung zweier Flansche gedrückt.

Wie groß ist die mindestens notwendige Haltekraft F, wenn die Masse des Umlenkstückes zwischen den beiden Flanschen m_u beträgt? (Die Strömung sei reibungsfrei, die Gewichtskraft des abgeschiedenen Wassers und des im Umlenkstück befindlichen Gases ist zu vernachlässigen)

Lösung: $F = 173{,}67$ kN

I-9 – Rohr–T–Stück II



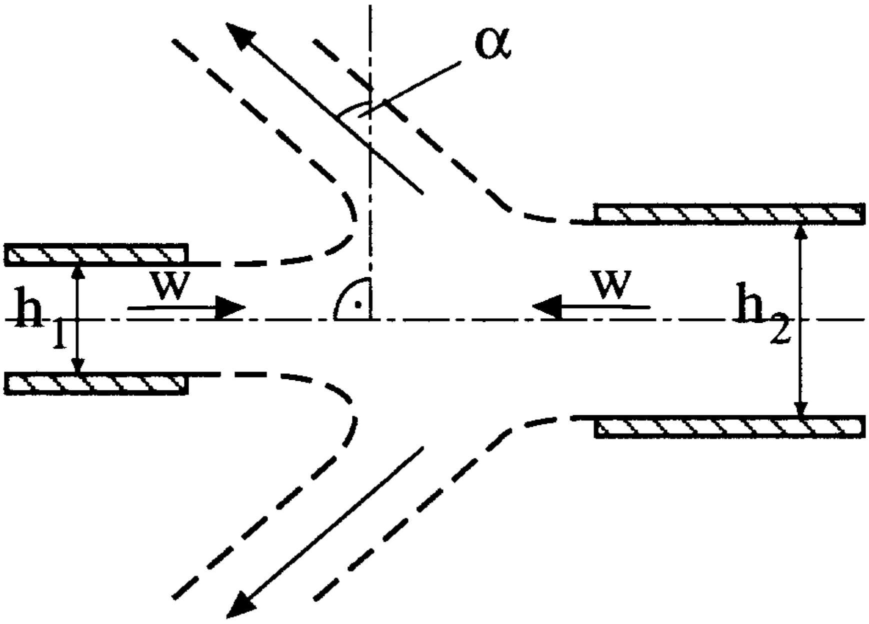
Gegeben: $\dot{V}$ = 0,25 m³/s ρ = 1000 kg/m³ p_0 = 1 bar
d_1 = 0,2 m d_2 = 0,05 m

In ein T-Stück tritt Wasser mit der Dichte ρ. Vom eintretenden Volumenstrom $\dot{V}$ fließen 70 % in eine angeflanschte Rohrleitung (Durchmesser d_1). Das restliche Fluid tritt durch eine Öffnung (Durchmesser d_2) in die Umgebung aus. Die Strömung ist als inkompressibel zu betrachten, Reibung ist zu vernachlässigen.

- Bestimmen Sie nötige Haltekraft F_H, mit welcher der Krümmer an den Flansch gepresst wird, seine Komponenten F_{Hx} und F_{Hy} sowie die Angriffsrichtung.

Lösung:
- F_{Hx} = -20,5 kN
- F_{Hy} = -23,9 kN
- F_H = 31,3 kN
- α = 229,3 °

I-10 – Zwei aufeinander prallende Freistrahlen



Aus zwei Schlitzen der Breite b mit den Höhen h_1 bzw. h_2 treten freie Strahlen mit der Geschwindigkeit w aus und treffen aufeinander. Die Anordnung ist symmetrisch zur mittleren Strömungsebene.

1. Wie groß ist der Neigungswinkel α_1 der resultierenden Strahlen bei ebener, reibungsloser Strömung?
2. Welcher Winkel α_2 stellt sich ein, wenn am linken Schlitz (Höhe h_1) nicht ausgeblasen, sondern mit der Geschwindigkeit w eingesaugt wird?

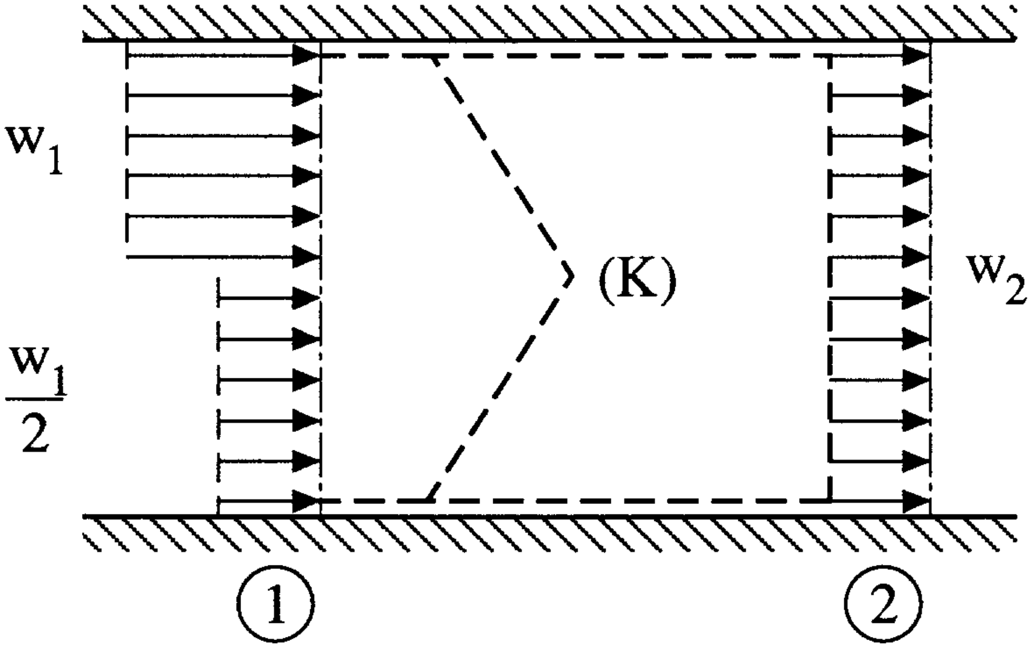
Zahlenbeispiel:

Wasserdichte	ρ	1000
Geschwindigkeit	w	10
Umgebunsgdruck	p_0	100000
Breite	b	0,05
Höhe	h_1	0,02
Höhe	h_2	0,10

Lösung: a) $\sin \alpha_1 = (h_2 - h_1) / (h_2 + h_1)$

b) $\alpha_2 = 90°$

I-11 – Mischungsvorgang in einem Kanal



In einem ebenen Kanal mit dem konstanten Querschnitt A werden zwei Ströme mit jeweils konstanter Geschwindigkeit (w_1, w_2) miteinander vermischt ($\nu = 0$). An der Stelle 1 betrage die Wassergeschwindigkeit in der einen Querschnittsfläche ($1/2 \cdot A$) w_1 und in der anderen $w_1/2$. Der Druck über den Querschnitt an der Stelle 1 ist p_1. Zwischen den Querschnitten 1 und 2 erfolgt durch Vermischung ein Geschwindigkeitsausgleich auf w_2. Der Druck nimmt, infolge der Vermischung beider Ströme, von der Position (1) nach Position (2) zu. Die Reibung an den Wänden soll vernachlässigt werden.

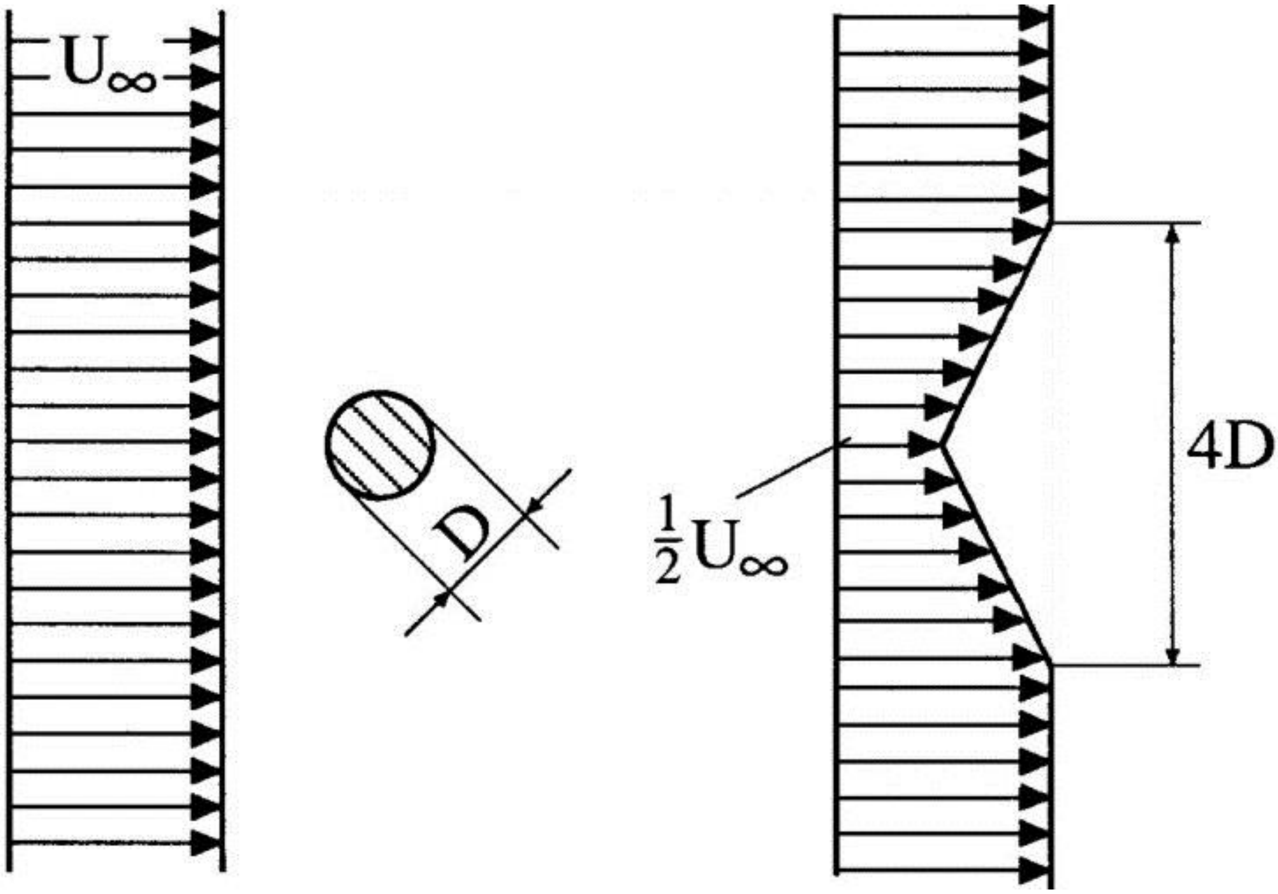
a) Wie groß ist die Geschwindigkeit w_2?

b) Wie groß ist der Druckanstieg in der Form $p_2 - p_1 = f(\rho, w)$?

Lösung: a) $w_2 = 3/4 \cdot w_1$;

b) $p_2 - p_1 = 1/16 \cdot \rho \cdot w_1^2$

I-12 – Experimentelle Bestimmung des Widerstandsbeiwertes eines Zylinders



Zur experimentellen Bestimmung des Widerstandes eines Kreiszylinders mit dem Durchmesser D und der Breite b wird im Nachlauf sehr weit hinter dem Zylinder, wo der Druck bereits ausgeglichen ist, eine Geschwindigkeit gemessen, die entsprechend der Skizze einen linearen Verlauf zeigt.

Wie groß ist der Widerstandsbeiwert c_w?

Lösung: $c_w = 4/3$

I-13 – Propeller

Mit einem Propeller wird ein Luft-Volumenstrom $\dot{V}$ der Dichte ρ mit der Geschwindigkeit w angesaugt und auf eine um Δw höhere Geschwindigkeit gebracht.

a) Wie groß ist in reibungsloser, inkompressibler Strömung der Schub des Propellers?

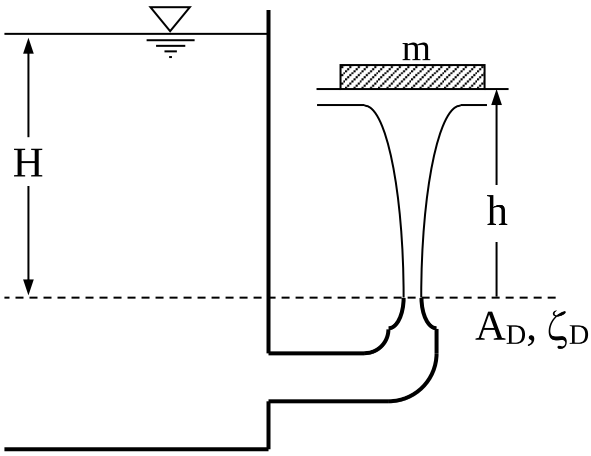
b) Die im Nachlauf des Propellers zurückbleibende Energie muss als Verlust angesehen werden. Wie groß ist danach der Wirkungsgrad des Propellers in reibungsloser Strömung? Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis aus Vortriebsleistung zu aufgewandter Leistung.

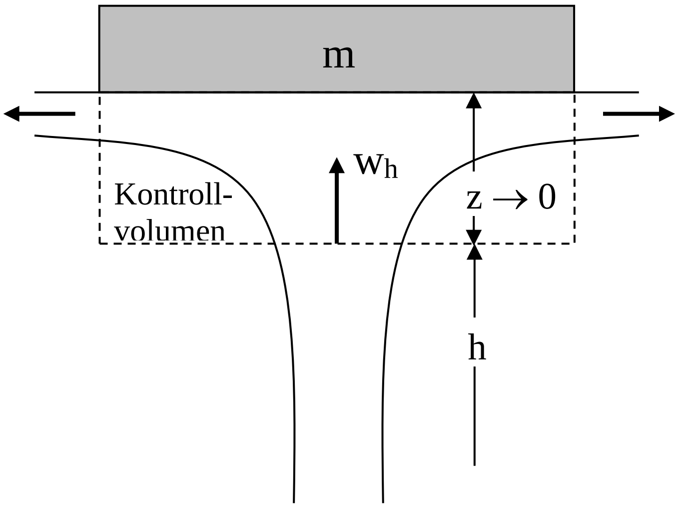
Lösung:

a) $F_x = -\rho \cdot \Delta w \cdot \dot{V}$

b) $\eta = 1/(1 + \Delta w/2w)$

I-14 – Auf einem Wasserfreistrahl schwebende Scheibe





Aus einer an einem großen Behälter angeschlossenen Düse tritt ein senkrechter Wasserstrahl (Dichte ρ) aus. Druckverluste treten nur in der Düse auf (Verlustbeiwert ζ_D, Querschnitt A_D). Der Düsenaustritt liegt um die Höhe H unter der Wasseroberfläche. Zu Versuchszwecken wird eine Platte der Masse m mit seitlicher Führung in den Strahl gebracht, die Entfernung vom Düsenaustritt stellt sich zu h ein.

Gegeben:	$H = 3$ m	$h = 2$ m	$A_D = 10\ \text{cm}^2$
	$\rho = 10^3\ \text{kg/m}^3$	$\zeta_D = 0{,}3$	$g = 10\ \text{m/s}^2$

Berechnen Sie:

a) die Geschwindigkeit w_D am Düsenaustritt für den Fall mit (Grundlage für die folgenden Berechnungen) und ohne Verluste

b) die Geschwindigkeit w_h, die der Strahl im Abstand h vom Düsenaustritt hat und den Strahlquerschnitt A_h an dieser Stelle (der Freistrahl ist nicht durch Umlenkeffekte an der Platte beeinflusst).

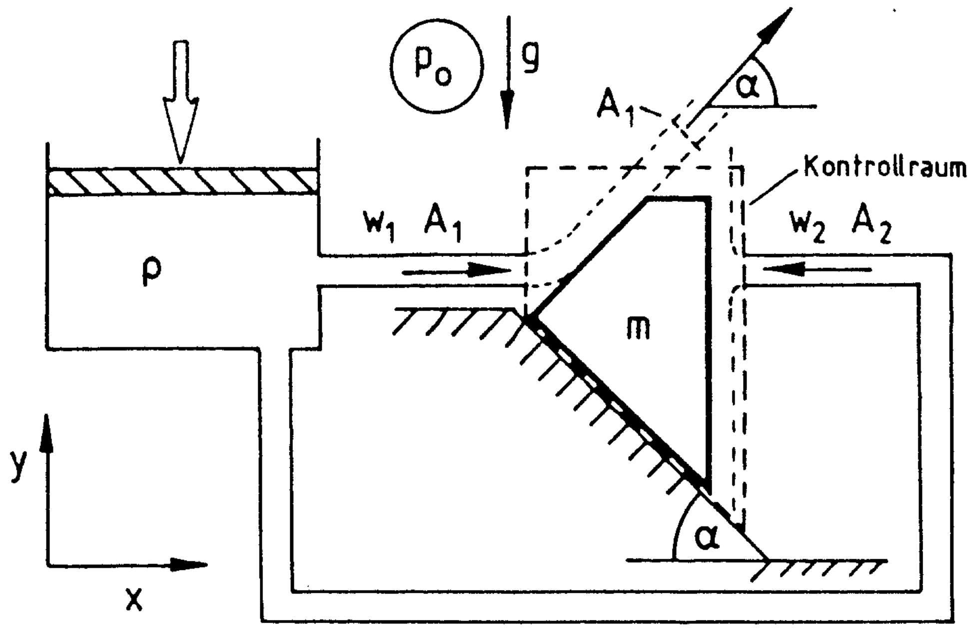
c) die Masse m der in den Strahl eingebrachten Platte

Hinweis: die Masse des Wassers im Kontrollvolumen kann vernachlässigt werden! ($z \to 0$)

Lösung:

a) $w_{D,V} = 6{,}8$ m/s		$w_D = 7{,}75$ m/s
b) $w_h = 2{,}5$ m/s		$A(h) = 27{,}2\ \text{cm}^2$
c) $m = 1{,}7$ kg		

I-15 – Führung eines Klotzes mittels zweier Freistrahlen



Hinweise:

1) der Klotz wird auf Rollen geführt, d.h. die Unterseite ist mit p_0 beaufschlagt

2) die Freistrahlen fächern sich <u>nicht</u> senkrecht zur Bildebene auf – d.h. es gibt keine z-Komponente

Ein Klotz der Masse m wird mit Hilfe von zwei Freistrahlen eines inkompressiblen Fluids auf einer schiefen Ebene reibungsfrei geführt. Die Rohrströmung sei ebenfalls reibungsfrei, Ein- und Austrittsverluste können vernachlässigt werden. Der gesamte Volumenstrom des linken Freistrahls wird unter dem Winkel α nach oben abgelenkt. Siehe Hinweise oben!

<u>Gegeben:</u>

	ρ	Fluiddichte
	m	Masse des Klotzes
	w_2	Ausströmgeschwindigkeit des rechten Freistrahls
	A_2	Querschnittsfläche des rechten Freistrahls
	p_0	Umgebungsdruck
	g	Fallbeschleunigung
	α	Neigungswinkel

a) Wie groß ist die Ausströmgeschwindigkeit w_1 des linken Freistrahls?

b) Bestimmen Sie das Flächenverhältnis A_1/A_2!

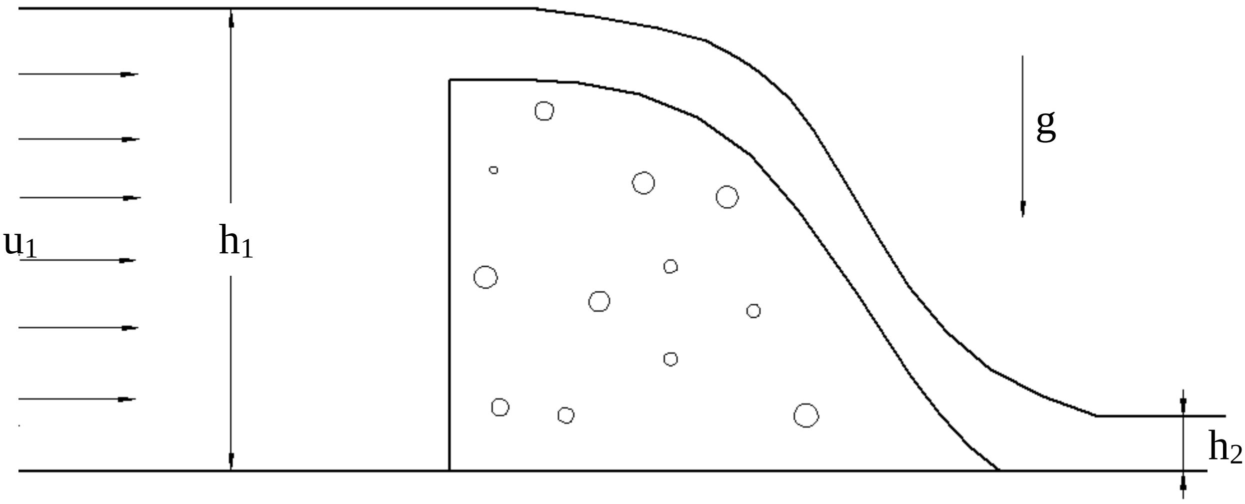
Lösung: a) $w_1 = w_2$

b) $$\frac{A_1}{A_2} = \frac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{\rho \cdot w^2 \cdot A_2 \cdot (\cos\alpha - 1)} - \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha - 1}$$

I-16 – Damm

Ein Damm wird in der dargestellten Weise von Wasser überströmt.

Gegeben:	u_1	$= 1$ m/s	h_1	$= 10$ m	h_2	$= 1$ m
	g	$= 10$ m/s²	ρ	$= 1000$ kg/m³		



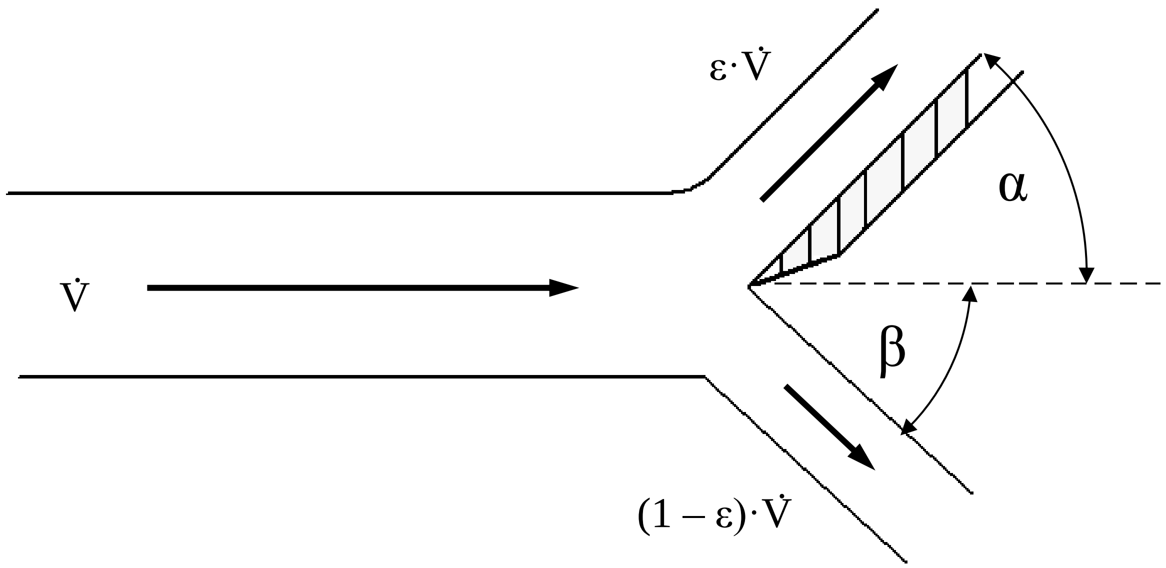
Gesucht:
Wie groß ist die horizontale Kraft pro Längeneinheit auf den Damm? Die Veränderung des Luftdruckes mit der Höhe soll nicht berücksichtigt werden.

Lösung:
Kraft vom Wasser auf den Damm = $4{,}05 \cdot 10^5$ N/m

I-17 – Berechnung eines Strahlteilers

Eine Schneide teilt einen ebenen Strahl einer reibungsfreien, inkompressiblen Flüssigkeit und lenkt die ε−fache Menge des Strahles um den Winkel α von der Strahlachse ab.

Wie groß ist der Ablenkwinkel β des Reststrahles in Abhängigkeit von ε und α?
Wie groß ist die Stützkraft, die auf die Flüssigkeit wirkt?



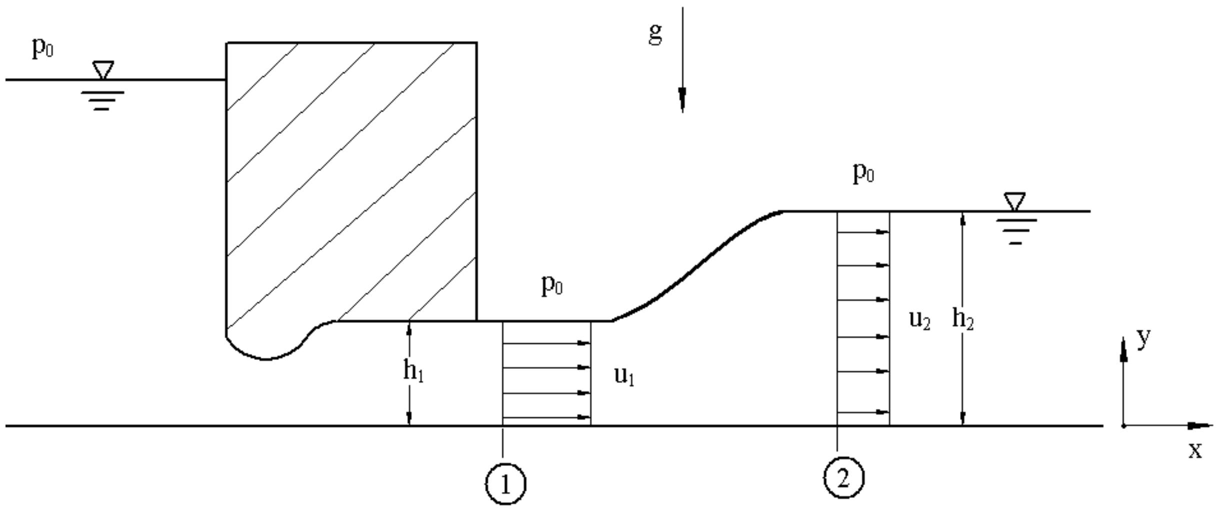
Lösung:

$$\beta = \arccos\left(\frac{\cos\alpha - \varepsilon}{1-\varepsilon}\right) - \alpha$$

I-18 – Unter einem Wehr hindurch fließende Strömung

Unter einem Wehr mit der lichten Höhe h_1 fließt Wasser mit der Geschwindigkeit u_1. Mit zunehmendem Abstand vom Wehr steigt der Wasserspiegel kontinuierlich bis auf eine konstante Höhe h_2. An der Stelle 2 herrsche eine konstante Geschwindigkeit u_2. Die Wehrbreite sei b. Die Strömung sei reibungsfrei, der Umgebungsdruck p_0, und die Erdbeschleunigung g.

Gegeben: $u_2 = 1{,}25$ m/s; $h_1 = 0{,}25$ m; $b = 10$ m; $g = 10$ m/s²



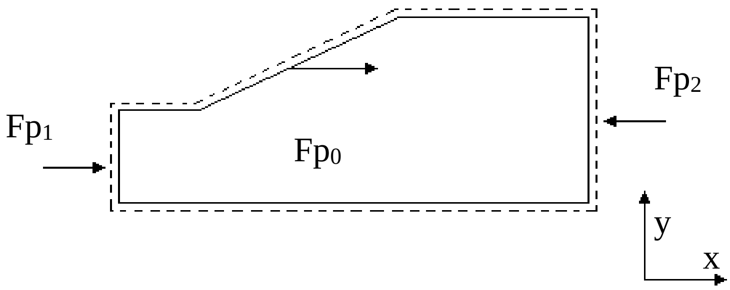
a) Skizzieren Sie ein geeignetes Kontrollvolumen zwischen den Stellen 1 und 2 und tragen Sie alle in x – Richtung wirkenden Kräfte ein.

b) Wie groß ist die Höhe h_2?

c) Wie groß ist die Geschwindigkeit u_1?

d) Wie groß ist der Volumenstrom $\dot{V}$?

Lösung:



b) h_2 = 1 m (sinnvoll)

c) u_1 = 5 m/s

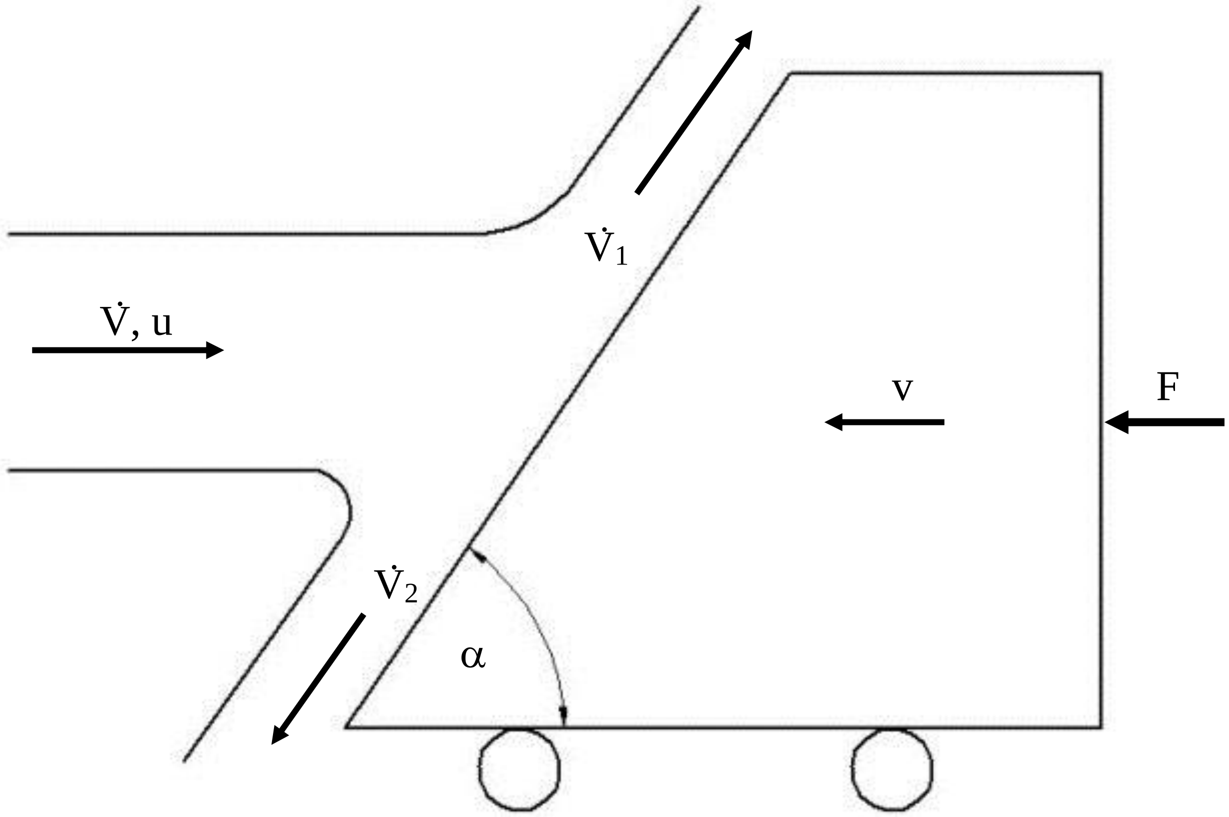
d) $\dot{V}$ = 12,5 m³/s

I-19 – Wasserstrahl prallt auf einen Wagen

Ein Wasserstrahl (Volumenstrom $\dot{V}$, Geschwindigkeit u) prallt auf einen Wagen, der sich mit der konstanten Geschwindigkeit v bewegt. Die Strömung ist reibungsfrei.

<u>Gegeben:</u>	$\dot{V}$	$= 0{,}5\ m^3/s$	u	$= 10\ m/s$	v	$= 2\ m/s$
	α	$= 60°$	ρ	$= 10^3\ kg/m^3$		

a) Geben Sie die Volumenströme $\dot{V}_1$ und $\dot{V}_2$ an.
b) Welche Kraft F ist zur Aufrechterhaltung der Wagenbewegung erforderlich?
c) Bestimmen Sie die Flächen des Strahles am Eintritt und Austritt sowie den Faktor $\varepsilon = \dot{V}_1/\dot{V}$



Lösung:

a) $\dot{V}_1 = 0{,}375\ m^3/s$ $\quad$ $\dot{V}_2 = 0{,}125\ m^3/s$
b) $F = 5{,}196\ kN$
c) $A_0 = 0{,}0417\ m^2$, $A_1 = 0{,}0313\ m^2$, $A_2 = 0{,}0104\ m^2$, $\varepsilon = 0{,}75$

I-20 – Flugzeug

Ein Flugzeug mit der als konstant anzusehenden Masse m und der Gesamttragflügelfläche A fliegt mit der konstanten Geschwindigkeit u_∞. Es werde durch zwei Strahltriebwerke mit den Lufteintrittsflächen A_{St} angetrieben. Die Geschwindigkeit, mit der das Treibstoff – Luftgemische (Gas) aus den Triebwerken austritt, sei um den Faktor 10 größer als die Lufteintrittsgeschwindigkeit. Es werden nur die an den Tragflügeln angreifenden Kräfte betrachtet, Auftriebs- (c_A) und Widerstands-Beiwert (c_W) sind bekannt.

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit u_∞, bei der das Flugzeug seine Höhe beibehält.
b) Bestimmen Sie aus der Impulsbilanz das Treibstoff-Luftverhältnis der Strahltriebwerke des mit der Geschwindigkeit u_∞ fliegenden Flugzeugs in Form des Massenstromverhältnisses $\gamma = \dot{m}_{Treibst.}/\dot{m}_{Luft}$.

Gegeben:

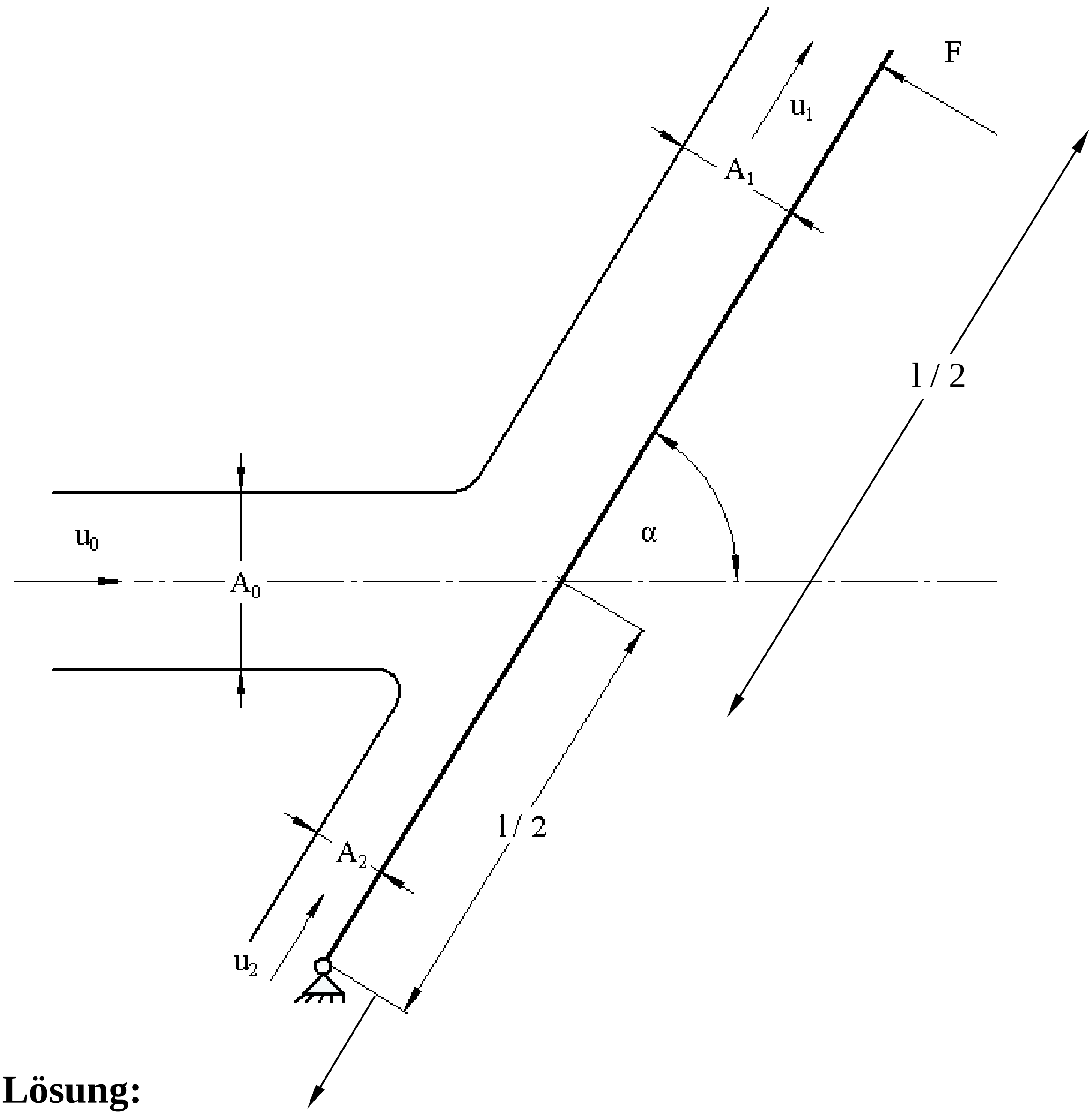
ρ_L	=	1,25 kg/m³	c_A	=	0,5	c_W	=	0,11
A	=	25 m²	A_{St}	=	7,5 dm²	m	=	4000 kg
g	=	10 m/s²						

Lösung:

a) u_∞ = 71,55 m/s
b) γ = 0,017

I-21 – Wasserstrahl prallt auf drehbar gelagerte Platte (I-4.2.3)

Ein Wasserstrahl mit dem Querschnitt A_0 trifft reibungsfrei auf eine drehbar gelagerte Platte.
Wie groß muss die Kraft F sein, die am Plattenende angreift und den Anstellwinkel auf $\alpha = 30°$ hält?
Berechne A_0 und A_2 und die Volumenströme $\dot{V}_0$, $\dot{V}_1$, $\dot{V}_2$
Berechne das Verhältnisfaktor $\varepsilon = \dot{V}_1 / \dot{V}_0$ als Funktion von Winkel α.
<u>Gegeben:</u>
$A_1 = 0{,}1\ m^2$; $u_1 = 18\ m/s$; $l = 1{,}2\ m$; $\alpha = 30°$, $\rho_W = 1000\ kg/m^3$



Lösung:

F = 8,68 kN

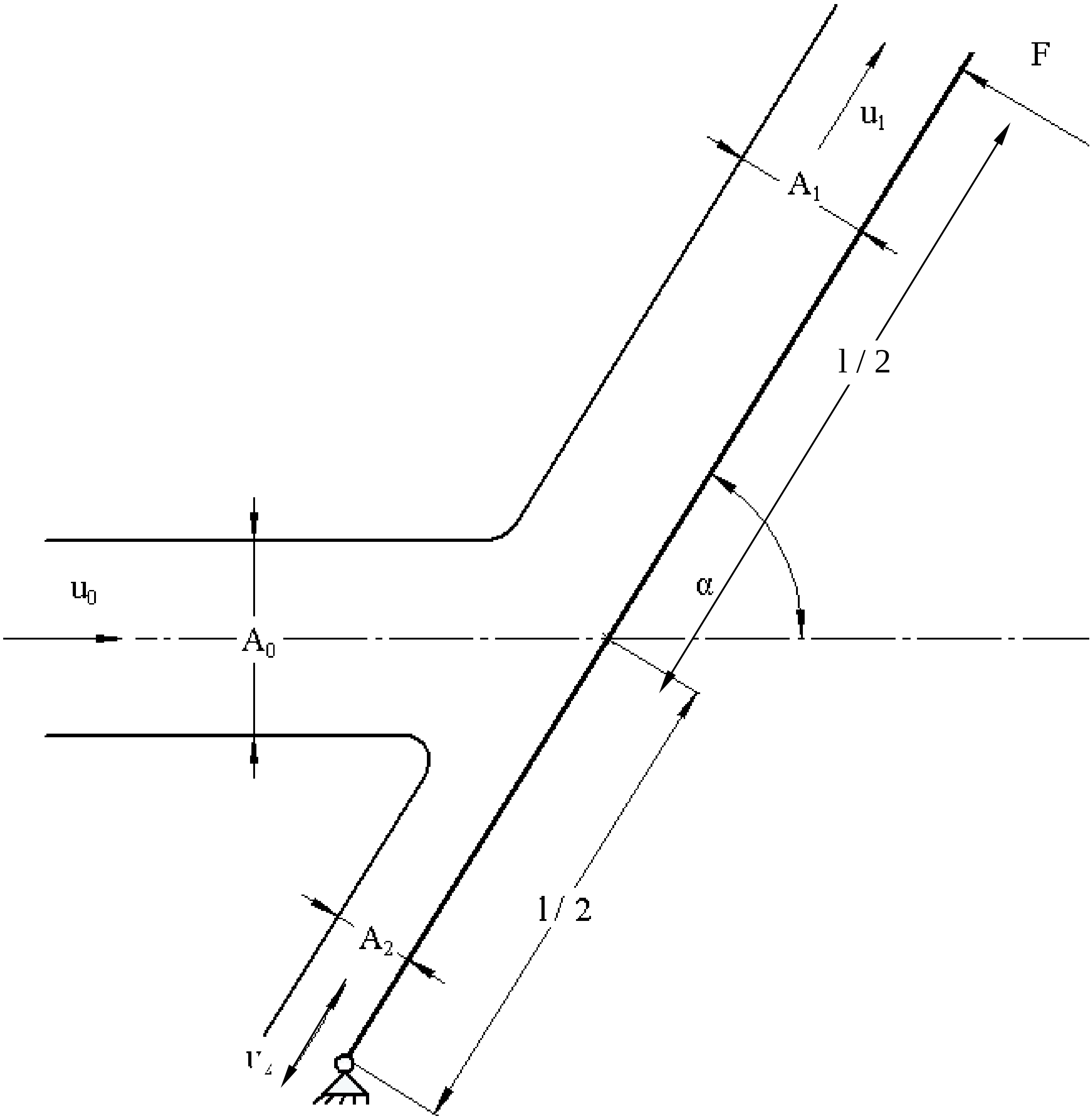
I-22a – Wasserstrahl prallt auf eine gestützte Platte (4.2.2)

Ein Wasserstrahl aus einer Düse mit dem Querschnitt A_D trifft reibungsfrei mit einer Geschwindigkeit w_D auf eine schiefe Platte. Wie groß muss die Kraft F sein, die in der Mitte der Platte auf die Flüssigkeit einwirkt und den Winkel 30° hält?

<u>Gegeben:</u>

$A_D = 0{,}1\ m^2$; $w_D = 20\ m/s$; $\alpha = 30°$, $\rho_W = 1000\ kg/m^3$

Berechne A_B und A_C, die Volumenströme $\dot{V}_D$, $\dot{V}_B$, $\dot{V}_C$, und den Verhältnisfaktor $\varepsilon = \dot{V}_B / \dot{V}_D$ und als Funktion des Winkels α.



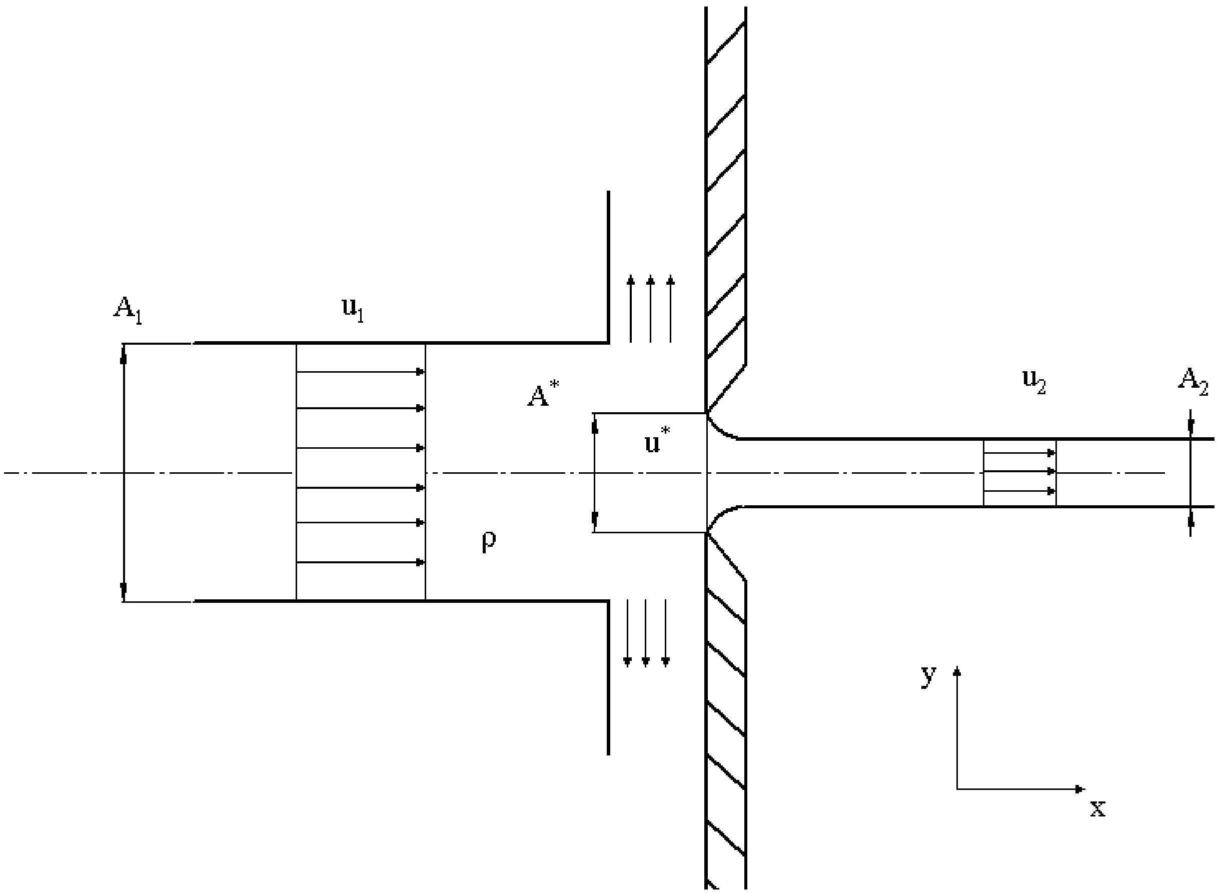
Lösung:

F = 554 kN

I-23 – Wasserstrahl trifft auf Kreisscheibe

Ein Wasserstrahl trifft auf eine Kreisscheibe, die mit einer Öffnung versehen ist. Die Strömung sei reibungsfrei.

Gegeben: $A_1 = 1\ m^2$ $A^* = 0{,}1\ m^2$ $u_1 = 1\ m/s$ $\rho = 10^3\ kg/m^3$



1. Wie groß ist die Geschwindigkeit u^*?
2. Berechnen Sie die Kraft F, die der Strahl auf die Kreisscheibe ausübt!

Lösung:

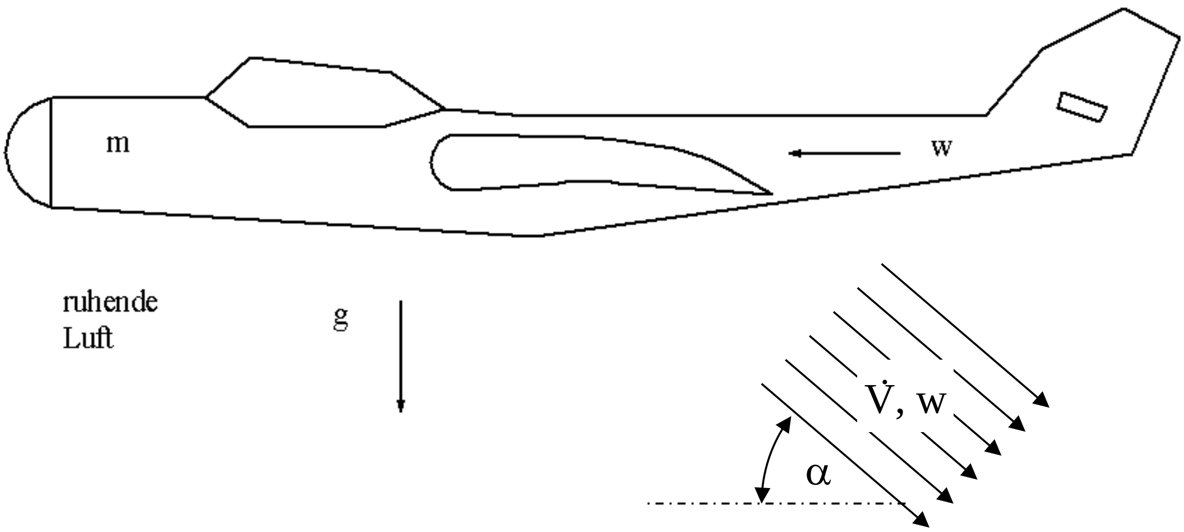
1. $u_1 = u^*$
2. F = 900 N

I-24 – Flugzeug im stationären Flug

Ein Flugzeug fliegt im stationären Flug in horizontaler Richtung durch ruhende Luft. Die Masse des Flugzeuges beträgt m. Damit das Flugzeug nicht sinkt, wird von der Tragfläche und vom Rumpf ein Luft-Volumenstrom $\dot{V}$ um den Winkel α abgelenkt. Der Einfachheit halber soll angenommen werden, dass die Geschwindigkeit und der Winkel α der abgelenkten Luftmasse konstant sind. Reibungseffekte sollen vernachlässigt werden.

<u>Gegeben:</u> $m = 500\ kg$ $\quad \alpha = 10°$ $\quad \rho_{Luft} = 1{,}2\ kg/m^3$
$g = 10\ m/s^2$ $\quad \dot{V} = 240\ m^3/s$

Bestimmen Sie für diesen Fall die Geschwindigkeit w und die Schubkraft S des Flugzeuges!



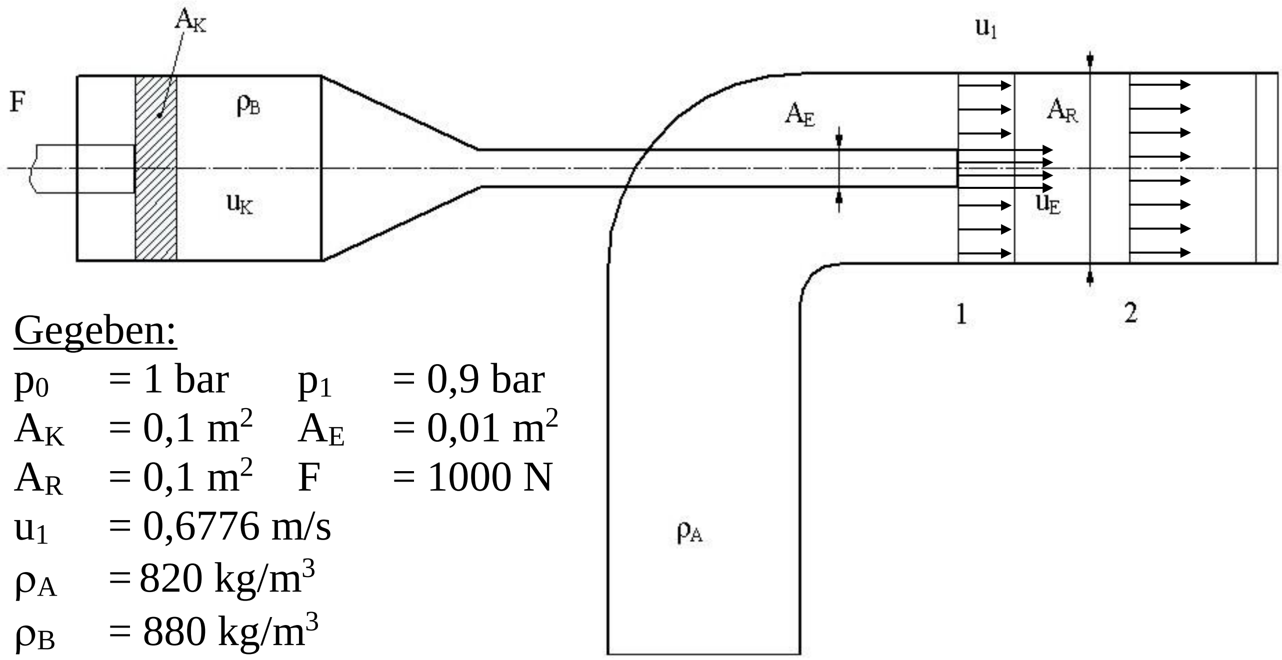
Lösung:

S = – 437,5 N

w = 100 m/s

I-25 – Mischungsvorgang

Zur Vermischung zweier Flüssigkeiten der Dichten ρ_A und ρ_B in einem Rohr wird eine Einspritzvorrichtung eingesetzt. Beim Einspritzvorgang bewegt sich der Kolben der Fläche A_K reibungsfrei mit einer konstanten Geschwindigkeit u_K. Auf den Kolben wirkt die Kraft F. Der Außendruck ist p_0. In einem ausreichenden Abstand von der Einspritzstelle (1) sind die Flüssigkeiten homogen vermischt (2). Wandreibungseffekte seien vernachlässigbar.



Gegeben:

p_0	$= 1$ bar	p_1	$= 0{,}9$ bar
A_K	$= 0{,}1\ m^2$	A_E	$= 0{,}01\ m^2$
A_R	$= 0{,}1\ m^2$	F	$= 1000$ N
u_1	$= 0{,}6776$ m/s		
ρ_A	$= 820\ kg/m^3$		
ρ_B	$= 880\ kg/m^3$		

Gesucht ist

1. der Druck p_K am Kolben,
2. die Kolbengeschwindigkeit u_K sowie die Einspritz-Geschwindigkeit im Einspritzrohr des Querschnitts A_E, wenn an der Einspritzstelle der Druck p_1 vorliegt,
3. der Gesamtmassenstrom $\dot{m}_{ges}$ und die Dichte der gemischten Flüssigkeit ρ_{ges} im Mischungsrohr (Querschnitt A_R), wenn die Geschwindigkeit im Rohr vor der Einspritzstelle u_1 ist,
4. die Geschwindigkeit u_2 der gemischten Flüssigkeit an der Stelle (2)
5. der Druck p_2

Lösung:

1) $p_K = 1{,}1$ bar 2) $u_K = 0{,}677$ m/s $u_E = 6{,}776$ m/s

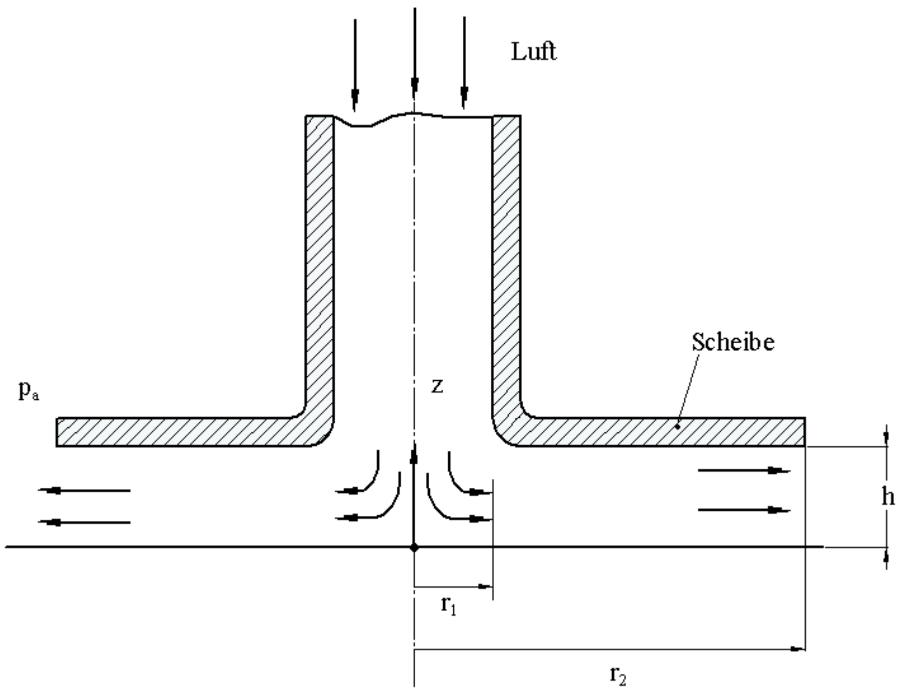
3) $\dot{m}_{ges} = 109{,}6351$ kg/s 4) $u_2 = 1{,}287$ m/s

5) $p_2 = 0{,}92967$ bar

I-26 – Axial durchströmtes Rohr

Luft wird am Ende des axial durchströmten Rohres umgelenkt und bildet in dem Spalt der Höhe h zwischen der Wand und der Kreisringscheibe eine rotationssymmetrische Radialströmung. Die Geschwindigkeit v(r) der Radialströmung sei von der Koordinate z unabhängig, das Fluid ist reibungsfrei. Bei $r = r_2$ tritt die Luft mit dem Volumenstrom $\dot{V}$ radial in die frei Atmosphäre (Druck p_a) aus.

Gegeben: $\dot{V}$, p_a, r_1, r_2, ρ, h



a) Bestimmen Sie den Verlauf der Radialgeschwindigkeit v(r) und des statischen Druckes p(r).
b) Wie groß ist die Kraft F_u, die die strömende Luft auf die Unterseite der Scheibe ($r_1 \leq r \leq r_2$) ausübt?
c) Wie groß ist die resultierende Kraft F_{res} , die auf die gesamte Oberfläche der Scheibe wirkt? Geben Sie für $r_2 = 4\, r_1$ die Richtung von F_{ges} an.

Lösung:

a) $$v(r) = \frac{\dot{V}}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot r} \approx \frac{1}{r} \qquad p(r) = p_a + \frac{\rho \cdot \dot{V}^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot h^2 \cdot r_2^2} \cdot \left[1 - \left(\frac{r_2}{r}\right)^2\right]$$

b) $$F_u = \pi \cdot p_a \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right) + \frac{\rho \cdot \dot{V}^2}{8 \cdot \pi \cdot h^2} \cdot \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2\right]$$

c) $F_{res} = F_o - F_u$, Die Kraft wirkt in negative z – Richtung d. h. nach unten.

N – Newtonsches Reibungsgesetz

N-1 – Couette-Strömung

In einer Couette – Strömung liegt infolge Kühlung der unteren, feststehenden Platte eine lineare Temperaturverteilung vor. Das Fluid hat eine von der Temperatur lineare abhängige Viskosität nach der Beziehung:

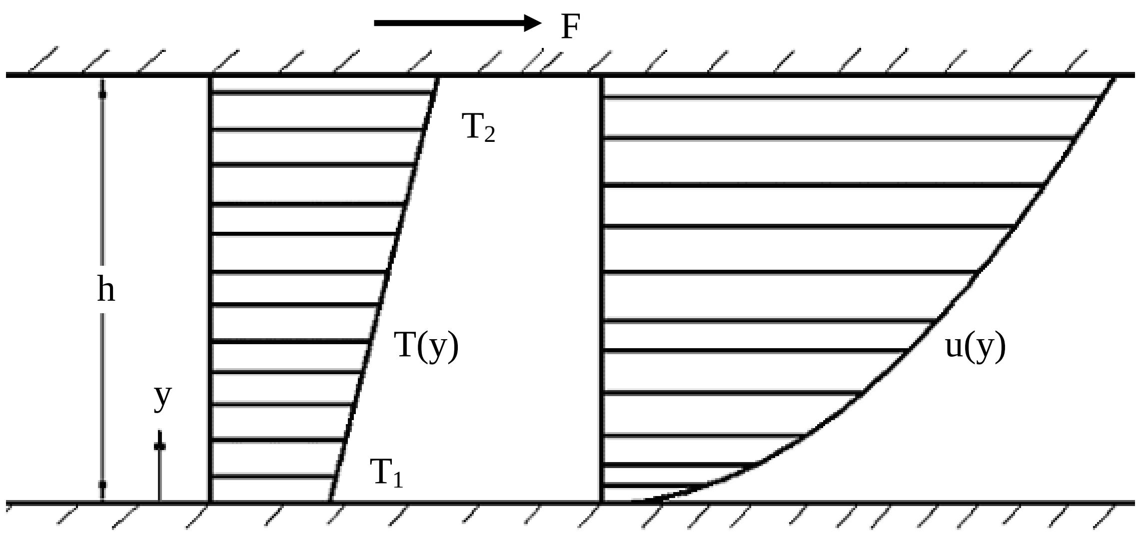
$$\eta(T) = \eta_1 + \gamma(T - T_1)$$

Dabei ist η_1 die Viskosität bei der Temperatur T_1 und γ ist eine Stoffkonstante ($\gamma < 0$ für Flüssigkeiten). Gegeben sind die Schubkraft F, die Plattenfläche A und der Plattenabstand h.

a) Wie verhalten sich die Geschwindigkeitsgradienten $\left(\frac{du}{dy}\right)_1 \Big/ \left(\frac{du}{dy}\right)_2$?

b) Wie lautet die Geschwindigkeitsverteilung u(y)?

c) Handelt es sich bei dem Fluid in der Skizze um eine Flüssigkeit oder ein Gas? (mit Begründung)



Lösung:

a) $$\left(\frac{du}{dy}\right)_1 \Big/ \left(\frac{du}{dy}\right)_2 = 1 + \frac{\gamma}{\eta_1} \cdot (T_2 - T_1)$$

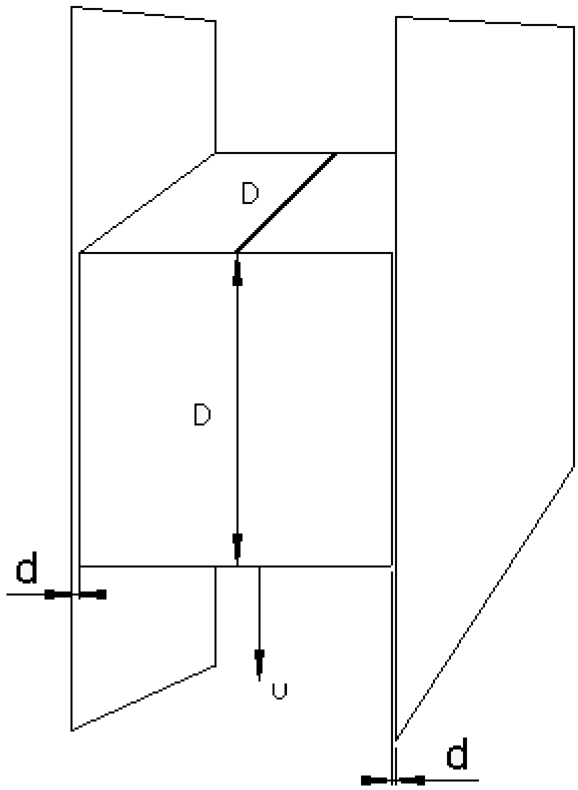
b) $$u(y) = \frac{F \cdot h}{\gamma \cdot A \cdot (\gamma_2 - \gamma_1)} \cdot \ln\left(\eta_1 + \gamma \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{h} \cdot y\right)$$

c) Gas

N-2 – Couette-Strömung bei abwärts gleitendem Würfel

Ein kubischer Körper mit den Seitenlängen D und dem Gewicht G gleitet mit der konstanten Geschwindigkeit u zwischen zwei parallelen Wänden abwärts. Zwischen dem Körper und den Wänden befindet sich ein Ölfilm.

<u>Gegeben:</u> G = 10 N   d = 0,1 mm
D = 10 cm   u = 0,01 m/s



a) Im Spalt mit der Ausdehnung d liegt eine Couette – Strömung vor. Geben Sie damit eine Beziehung für die Wandschubspannung bzw. den Geschwindigkeitsgradienten in dieser Schicht an.
b) Geben Sie aus einer Kräftebilanz eine Beziehung für die dynamische Viskosität des Öls an.
c) Wie groß ist mit den gegebenen Daten die dynamische Viskosität des Öl?

Lösung:

a) $\tau_w = \eta \cdot \frac{u}{d} = \text{const.}$ b) $\eta = \frac{G \cdot d}{u \cdot 2 \cdot D^2}$

c) $\eta = 5\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2 = 0{,}5\ \text{P}$ (Poise)

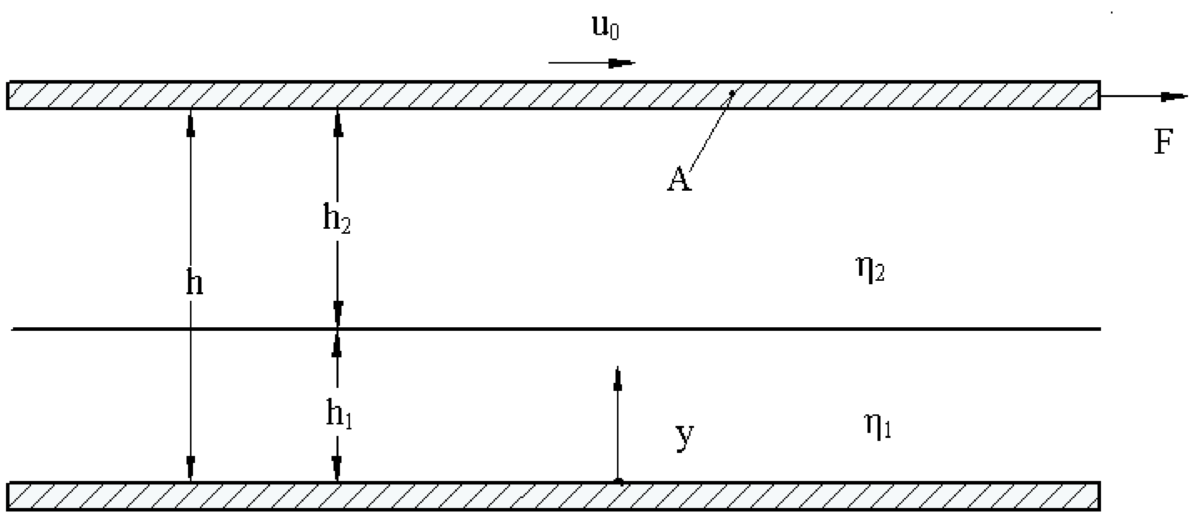
N-3 – Nicht mischbare Flüssigkeiten zwischen 2 Platten

Zwischen zwei parallelen, ebenen Platten der Fläche A befinden sich zwei nicht mischbare Flüssigkeiten der Viskositäten η_1 und η_2. Wird nun die obere Platte durch die Kraft F mit der Geschwindigkeit u_0 bewegt, so stellt sich zwischen den Platten ein Geschwindigkeitsprofil $u = u(y)$ ein.

a) Skizzieren Sie das Geschwindigkeitsprofil für die Fälle:
$\eta_1 > \eta_2$; $\eta_1 = \eta_2$; $\eta_1 < \eta_2$ (Begründung)

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit u_0 der oberen Platte für folgende Werte:

A	= 0,1 m²	h_1	= 0,3 cm	h	= 1 cm
F	= 1,5 mN	h_2	= 0,7 cm	η_1	$= 3\cdot10^{-3}$ kg/(m·s)
η_2	$= 4\cdot10^{-3}$ kg/(m·s)				



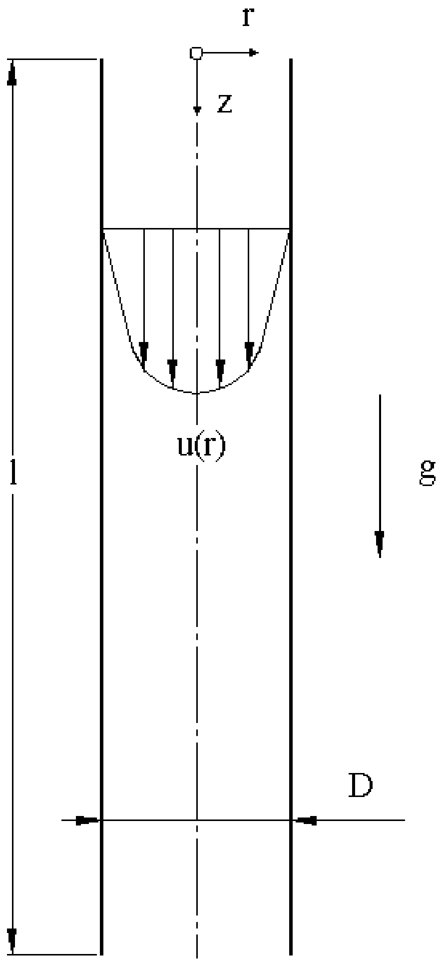
Lösung:

a) zeichnung

b) $u_0 = 0{,}413$ m/s

N-4 – Laminare Strömung in einem senkrechten Rohr

Ein senkrechtes Rohr der Länge l = 10 m und einem Durchmesser von D = 0,02 m wird von einer Flüssigkeit (Dichte ρ_F = 900 kg/m³; kinematische Viskosität $\nu_F = 10^{-4}$ m²/s) laminar durchströmt. Die Erdbeschleunigung g beträgt 10 m/s².



a) Bestimmen Sie die dynamische Viskosität η_F!

b) Bestimmen Sie das Geschwindigkeitsprofil durch eine Kräftebilanz am Fluidelement für einen Druckabfall von Δp =10 Pa über die Länge l. (Annahme: ausgebildete Rohrströmung).

c) Bestimmen Sie die max. Geschwindigkeit im Rohr u_{max}!

Lösung:

a) h_F = 0,09 kg/(m·s)

b) $$u = 2{,}5\,\frac{m}{s}\cdot\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

c) u_{max} = 2,5 m/s

N-5 – Horizontaler Rechteckkanal mit Steigrohr

In dem skizzierten horizontalen Rechteckkanal der Höhe H und der Tiefe b strömt laminar und eben Ethylenglykol der Dichte ρ und der Viskosität η. Berechnen Sie aus den gegebenen Angaben:

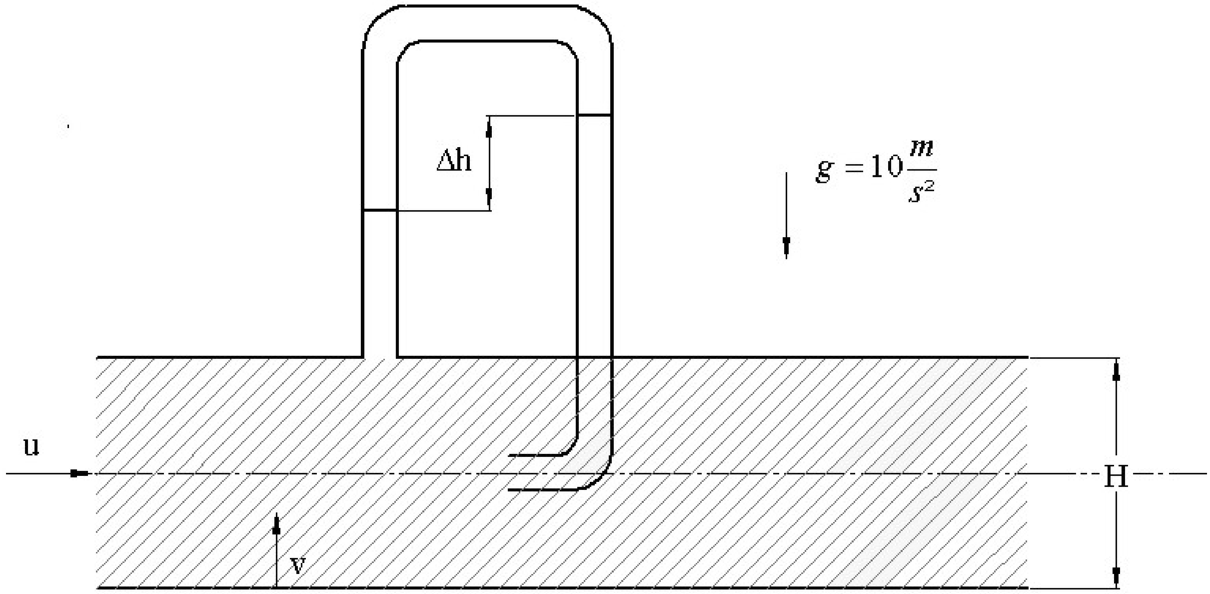
a) die Geschwindigkeit auf der Kanalachse
b) den Volumenstrom
c) den Druckabfall pro Länge
d) Überprüfen Sie das Gesetz $\lambda = 24 / Re$

Anmerkung: $b \gg H$, $Re = \rho \cdot u_m \cdot H / \eta$ (u_m – mittlere Geschwindigkeit)

Aus dem x – Impuls folgt: $u(y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot y \cdot (y - H)$

Gegeben:

H	=	0,04 m	Δh	=	0,1 m
b	=	1 m	ρ	=	1115 kg/m³
η	=	$2041 \cdot 10^{-5}$ N·s/m²			



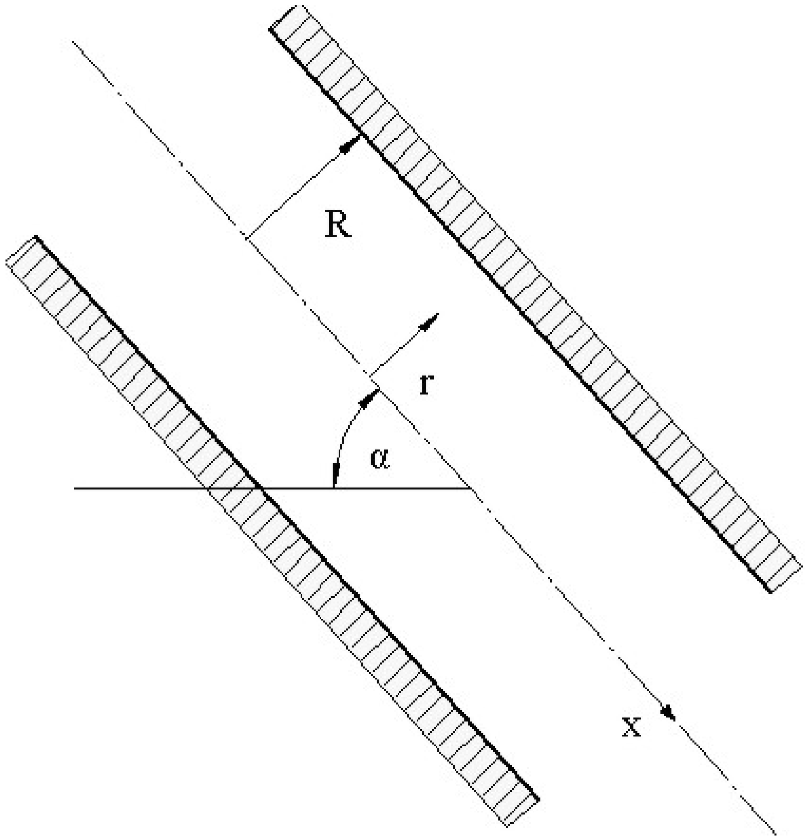
Lösung:

a) $u_{max} = \sqrt{2}$ m/s
b) $\dot{V} = 0{,}0377$ m³/s
c) $\Delta p / L = 144{,}32$ Pa/m
d) $$\lambda = \frac{\frac{\Delta p}{L} \cdot H}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_m^2} = \frac{24}{Re}$$

N-6 – Geneigtes Rohr mit laminarer Strömung

Für ein in Strömungsrichtung um den Winkel α geneigtes Rohr sind unter der Annahme laminarer Strömung gesucht:

a) das Kräftegleichgewicht in x – Richtung,
b) die Geschwindigkeitsverteilung u(r) für den Sonderfall dp/dx =0,
c) der Volumenstrom $\dot{V}$ für dp/dx = 0,
d) aus $\dot{V}$ nach c) eine Beziehung zur Messung der Viskosität für α = 90° (Ausflussviskosimeter).
e) Berechnen Sie die Viskosität η für R = 0,01 m, $\rho = 0{,}8 \cdot 10^3$ kg/m³ und $\dot{V} = 1{,}18 \cdot 10^{-3}$ m³/s (g = 10 m/s).



Lösung:

a) $-2 \cdot \pi \cdot r \cdot \tau \cdot dx = -\pi \cdot r^2 \cdot dp + \sin\alpha \cdot r \cdot g \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dx$

b) $u(r) = \dfrac{\rho \cdot g}{4 \cdot \mu} \cdot \sin\alpha \left(R^2 - r^2\right)$

c) $\dot{V} = \dfrac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^4}{8 \cdot \mu} \cdot \sin\alpha$

d) $\mu = \dfrac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^4}{8 \cdot \dot{V}}$ für sin α = 1

e) η = 0,0266 Pa·s

G – Grenzschicht

G-1 – Reibwiderstand/Grenzschichtdicke eines Tragflügels

Ein Flugzeug fliegt mit einer Geschwindigkeit von $v = 450$ km/h. Die kinematische Viskosität der Luft beträgt $\nu = 0{,}142 \cdot 10^{-4}$ m^2/s.

Berechnen Sie den Reibungswiderstandsbeiwert c_W und die Grenzschichtdicke δ am Ende des Tragflügels (Länge $l = 2{,}4$ m). Das Tragflügelprofil betrachten Sie als längsangeströmte Platte der Länge l.

Lösung:

$c_W \quad = 0{,}00267$

$\delta \quad = 0{,}030$ m

W – Widerstands- und Auftriebskräfte

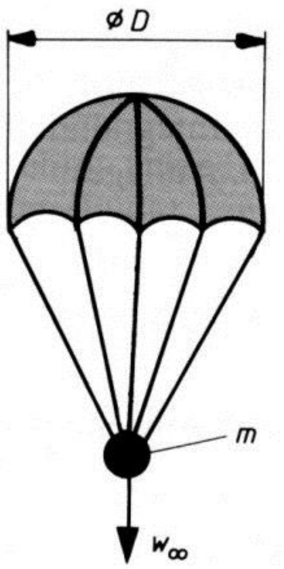
W-1 – Fallschirm

Versorgungsgüter sollen in Stahlbehältern mit Fallschirmen abgeworfen werden. Die Behälter vertragen eine maximale Aufschlagsgeschwindigkeit von 8 m/s, die eine stationäre Endgeschwindigkeit darstellt. Die Gesamtmasse beträgt m = 60 kg (g = 9,81 m/s^2).

<u>Berechnen Sie:</u>

a) Den Mindestdurchmesser D des Fallschirmes unter Benutzung des c_w-Wertes für die offene Halbkugelschale.

b) Sinkgeschwindigkeit in 2 km Seehöhe.



Körper		c_w
Halbkugelschale, offen, entgegen der Strömung	→	1,33
Halbkugelschale, mit Deckfläche, entgegen der Strömung	→	1,17
Halbkugelschale, mit Deckfläche	→	0,4
Kreisscheibe	→	1,11

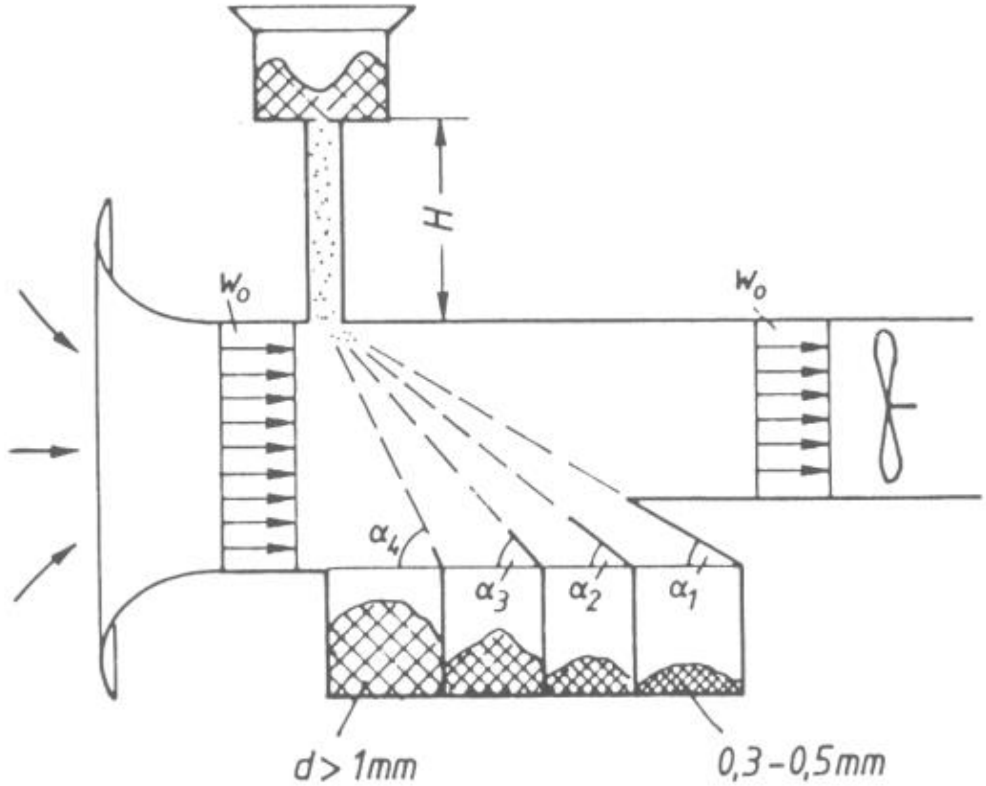
H km	T K	ϑ °C	$\frac{p}{p_0}$	p bar	$\frac{\rho}{\rho_0}$	ρ kg/m^3	w_s m/s	$\nu \cdot 10^6$ m^2/s
0	288	15,0	1,0000	1,0132	1,0000	1,225	340	14,6
1	281,5	8,5	0,8870	0,899	0,9075	1,112	337	15,8
2	275	2,0	0,7846	0,795	0,8216	1,007	333	17,2
3	268,5	− 4,5	0,6919	0,701	0,7421	0,909	329	18,6
4	262	− 11,0	0,6083	0,617	0,6687	0,819	325	20,3
5	255,5	− 17,5	0,5331	0,541	0,6009	0,736	321	22,1
6	249	− 24,0	0,4656	0,472	0,5385	0,660	317	24,2
7	242,5	− 30,5	0,4052	0,411	0,4812	0,590	312	26,5
8	236	− 37,0	0,3513	0,357	0,4287	0,526	308	29,0
9	229,5	− 43,5	0,3034	0,308	0,3807	0,467	304	31,9
10	223	− 50,0	0,2609	0,265	0,3369	0,414	300	35,2
11	216,5	− 56,5	0,2234	0,227	0,2971	0,365	295	38,9
12	216,5	− 56,5	0,1908	0,193	0,2537	0,311	295	45,6
13	216,5	− 56,5	0,1629	0,165	0,2167	0,265	295	53,4
14	216,5	− 56,5	0,1392	0,141	0,1851	0,227	295	62,5
15	216,5	− 56,5	0,1189	0,120	0,1581	0,194	295	73,2
16	216,5	− 56,5	0,1015	0,103	0,1350	0,165	295	85,7
17	216,5	− 56,5	0,0867	0,0879	0,1153	0,141	295	100,3
18	216,5	− 56,5	0,0741	0,0751	0,0985	0,121	295	117,5
19	216,5	− 56,5	0,0633	0,0641	0,0841	0,103	295	137,5
20	216,5	− 56,5	0,0540	0,0547	0,0719	0,0881	295	161,0

Eigenschaften der ICAO- Standard- Atmosphäre von 0 bis 20 km über den Meer
(ICAO International Civil Aviation Organization)

Lösung: a) D = 3,791 m b) w_∞ = 8,824 m/s

W-2 – Sortieranlage

Aus körnigem Schüttgut (Dichte der Körner $\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$) sollen durch Windsichtung Kornanteile mit folgenden Durchmessern (mm) aussortiert werden: 0,3 – 0,5 0,5 – 0,7 0,7 – 1,0 > 1 mm



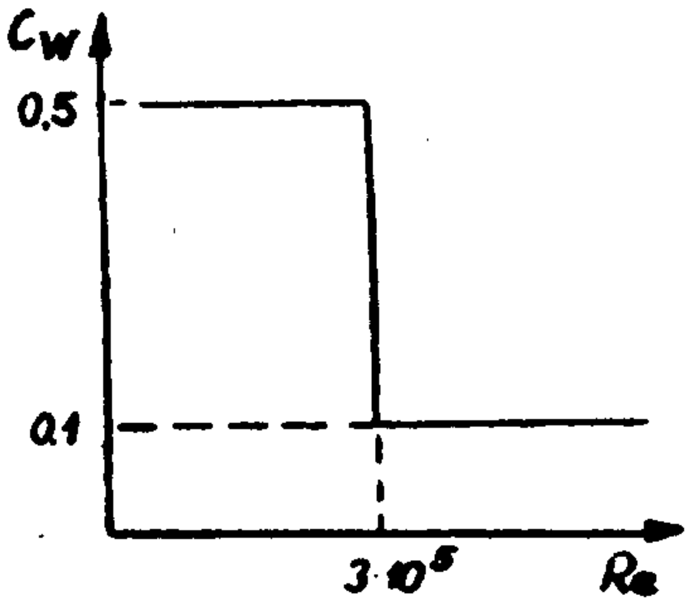
Die Körner haben etwa kugelige Gestalt, so dass zur Abschätzung Kugelwiederstandsbeiwerte benutzt werden können (abschätzen mithilfe des Diagramms aus der Vorlesung). Die Körner treten dabei mit ihrer stationären Sinkgeschwindigkeit w_∞ in den Luftstrahl ein. Die Dichte der Luft beträgt $\rho_{Luft} = 1{,}25 \text{ kg/m}^3$, die kinematische Viskosität $\nu = 14{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}$.

1. Welche Strömungsgeschwindigkeit w_0 ist vorzusehen, wenn sich bei einem Korndurchmesser von d = 0,3 mm ein Winkel α_1 von 30° einstellen soll?
2. Welche Winkel α_2, α_3, α_4 ergeben sich mit der in 1. berechneten Strömungsgeschwindigkeit w_0 für die verschiedenen Korngrößen (untere Grenze)?

Lösung: a) $w_0 = 1{,}9$ m/s b) $\alpha_2 = 45{,}7$; $\alpha_3 = 55{,}4$; $\alpha_4 = 63{,}0°$

W-3 – Kugelförmige Tiefseesonde

Auf einem Forschungsschiff wird eine an einem Seil befestigte kugelförmige Tiefseesonde mit Hilfe einer Motorwinde aus einer Tiefe H mit gleichförmiger Geschwindigkeit an Bord gehievt. Der Hebevorgang dauert T_1 Stunden. Für den Widerstandsbeiwert der Kugel gelte das nebenstehende skizzierte Gesetz.



a) Wie groß ist die am Seil angreifende Kraft S_1, wenn die Motorwinde eine Leistung von P_M bei einem Wirkungsgrad von η_1 abgibt? Die aufgewendete Leistung ist P_1.
b) Wie groß ist die Gewichtskraft der Sonde bei gegebenem ∅D?
c) Welche kürzeste Hubzeit T_2 kann man verwirklichen, wenn man eine stärkere Motorwinde und ein haltbareres Seil verwendet, welches eine Seilkraft $S_2 = 2\,S_1$ zulässt?
d) Wie groß ist im Fall c) die erforderliche Leistung P_2 der Motorwinde, wenn der gleiche Wirkungsgrad $\eta_2 = \eta_1$ zugrunde gelegt wird?

Gegeben:	$H = 4000$ m	$P_1 = 177$ W	$D = 0{,}5$ m
	$T_1 = 2$ h	$\eta_1 = 0{,}865$	$S_2 = 2\cdot S_1$
	$g = 10$ m/s^2	$\nu_1 = 10^{-6}$ m^2/s	$\rho = 10^3$ kg/m^3

Lösung:

a) $S_1 = 275{,}6$ N b) $G = 914{,}7$ N

c) $T_2 = 12{,}25$ min d) $P_2 = 3{,}468$ kW

W-4 – Flugzeug

Modellversuche ergaben folgende Beziehungen für den Auftriebs- und den Widerstandsbeiwert eines Flugzeuges:

$c_A = 0{,}35\cdot(1 + 0{,}2\,\alpha)$

$c_W = 0{,}008\cdot(1 + \alpha)$ (α in beiden Fällen in Grad!)

<u>Gegeben:</u>

Gewicht:	G	=	10 kN
Flügelfläche:	A	=	30 m^2
Länge des zylindrischen Flugkörpers	L	=	20 m
Durchmesser des zylindrischen Flugkörpers	D	=	2 m
Startgeschwindigkeit:	u_s	=	30 m/s
Dichte der Luft	ρ	=	1,25 kg/m^3

<u>Gesucht:</u>

1. Bestimmen Sie den Anstellwinkel α, der ein Abheben bei der geforderten Startgeschwindigkeit ermöglicht ! Beim Abheben kann die Bewegung des Flugzeuges als parallel zum Boden angenommen werden.

2. Welche Leistung muss dazu von den Triebwerken aufgebracht werden?

Lösung: a) $\alpha = 3{,}47°$

b) $P = 18$ kW

W-5 – Steiggeschwindigkeit eines Wetterballons

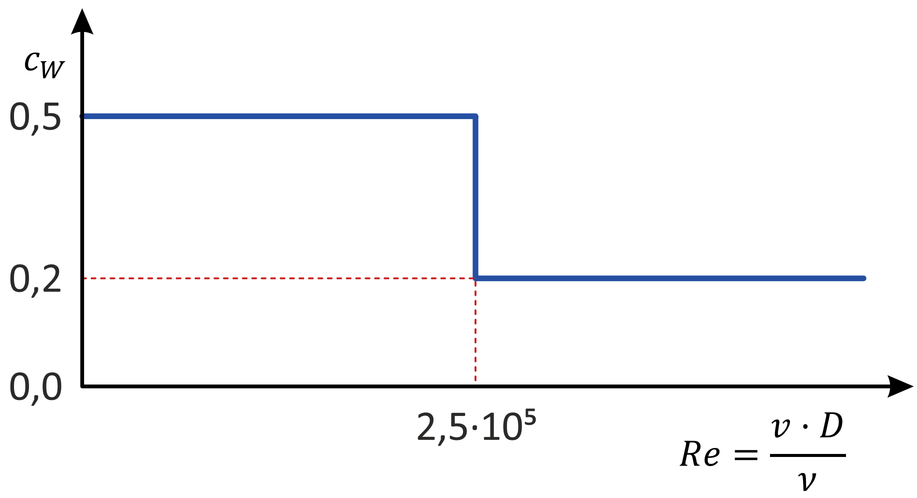
Ein kugelförmiger mit Wasserstoff gefüllter Wetterballon erreicht einige Sekunden nach dem Start die Geschwindigkeit v. Wie groß ist diese stationäre Geschwindigkeit?

Gegeben:

Durchmesser des Ballons:	D	$= 2\ \mathrm{m}$
Masse des Ballons:	m	$= 2\ \mathrm{kg}$ (Korb und Hülle, …)
Dichte der Luft am Startplatz:	ϱ_L	$= 1{,}25\ \mathrm{kg/m^3}$
Dichte der Wasserstofffüllung:	ϱ_{H2}	$= 0{,}09\ \mathrm{kg/m^3}$
Dynamische Viskosität der Luft:	η	$= 20 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg/(m{\cdot}s)}$
Erdbeschleunigung:	g	$= 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

Der Widerstandsbeiwert c_W der Kugel in Abhängigkeit von der Re-Zahl ist der folgenden Skizze zu entnehmen:

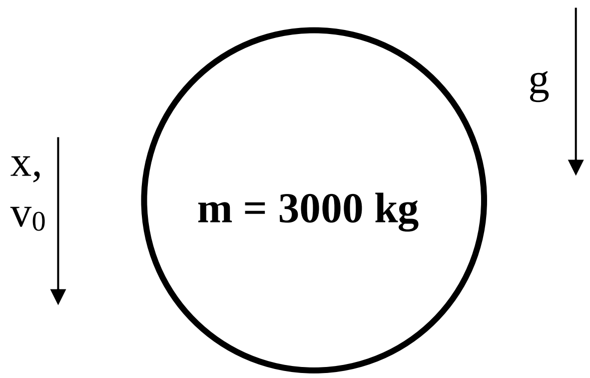
$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$$



Lösung:

$$v = 8{,}451\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

W-6 – Fall eines kugelförmigen Behälters



<u>Gegeben:</u>

v_0	$= 16$ m/s	d	$= 10$ m	m	$= 3000$ kg
ρ	$= 1{,}25$ kg/m³	g	$= 10$ m/s²	η	$= 20\cdot10^{-6}$ kg/(m·s)

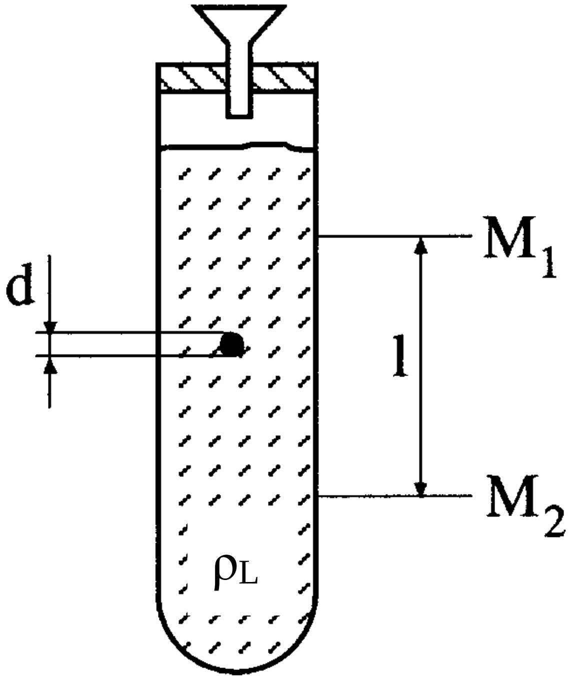
Ein kugelförmiger Behälter des Durchmessers d und der Masse m wird mit einer gleichmäßigen Anfangsgeschwindigkeit v_0 aus großer Höhe ausgesetzt. Die Atmosphärenluft hat die Dichte ρ und die dynamische Viskosität η. Der Einfachheit halber darf angenommen werden, dass in der Atmosphäre konstante Zustandswerte herrschen.

a) Welche Strömungsform herrscht unmittelbar nach dem Aussetzen des Versuchsbehälters vor?
b) Stellen Sie die Kräftebilanz für den fallenden Behälter auf !
c) Kann die Auftriebskraft vernachlässigt werden? Begründen Sie ihre Annahme!
d) Welche Geschwindigkeit v_1 besitzt der Behälter, wenn seine Beschleunigung den Wert $a = 0{,}1\cdot g$ gerade erreicht?
e) Mit welcher Geschwindigkeit v_{0A} muss der Behälter ausgesetzt werden, damit keine Beschleunigung auftritt?
f) Welche Beschleunigung tritt bei der Anfangsgeschwindigkeit v_0 auf?
g) Welche maximale Beschleunigung kann der Körper erfahren? Wie groß ist dann seine Anfangsgeschwindigkeit?

Lösung:

- a) Re $= 10^7$
- b) $\Sigma F_{xi} = F_G - F_W - F_A = m\cdot a$
- nein: vergleichen Sie F_A mit F_G!
- d) $v_1 = 45{,}21$ m/s
- e) $v_{0A} = 48{,}41$ m/s
- f) $a = 6{,}83$ m/s

W-7 – Kugelfallviskosimeter



Gegeben: ρ_k = 1225 kg/m³   d = 0,02 m   l = 0,3m
ρ_L = 1000 kg/m³   g = 10 m/s²

In dem skizzierten Kugelfallviskosimeter wird die dynamische Viskosität η eines Fluides ermittelt. Hierzu wird die Zeit t gemessen, die eine Kugel (Durchmesser d, Dichte ρ_k) benötigt, um die Strecke l zwischen zwei Marken zurückzulegen. Die stationäre Bewegung der fallenden Kugel sei beschrieben durch das Stoke'sche Gesetz:

$$c_w = 24/Re \text{ mit } Re = d \cdot \rho_L \cdot w_m/\eta$$

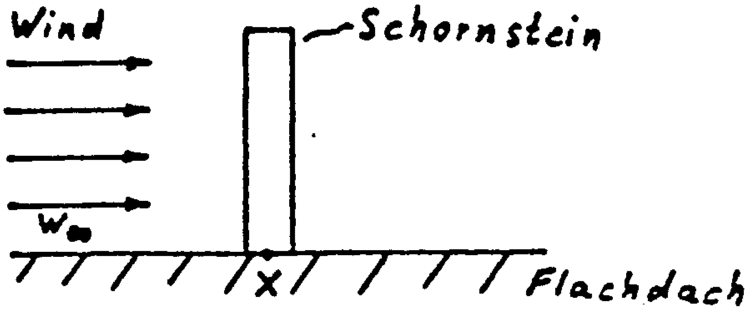
a) Leiten Sie eine Gleichung zur Berechnung der dynamischen Viskostät η als Funktion der Fallzeit t her.
b) Wie groß ist die dynamische Viskosität η in Pa·s für eine Fallzeit von t = 60 sec?
c) Wie groß ist für diesen Fall der Widerstandsbeiwert c_w der Kugel?

Lösung: a) $\eta = \dfrac{(\rho_K - \rho_1)\cdot g \cdot d^2 \cdot t}{18 \cdot l}$

b) η = 10 Pa·s
c) c_w = 2400

W-8 – Seitenwindbelastbarkeit eines Schornsteins

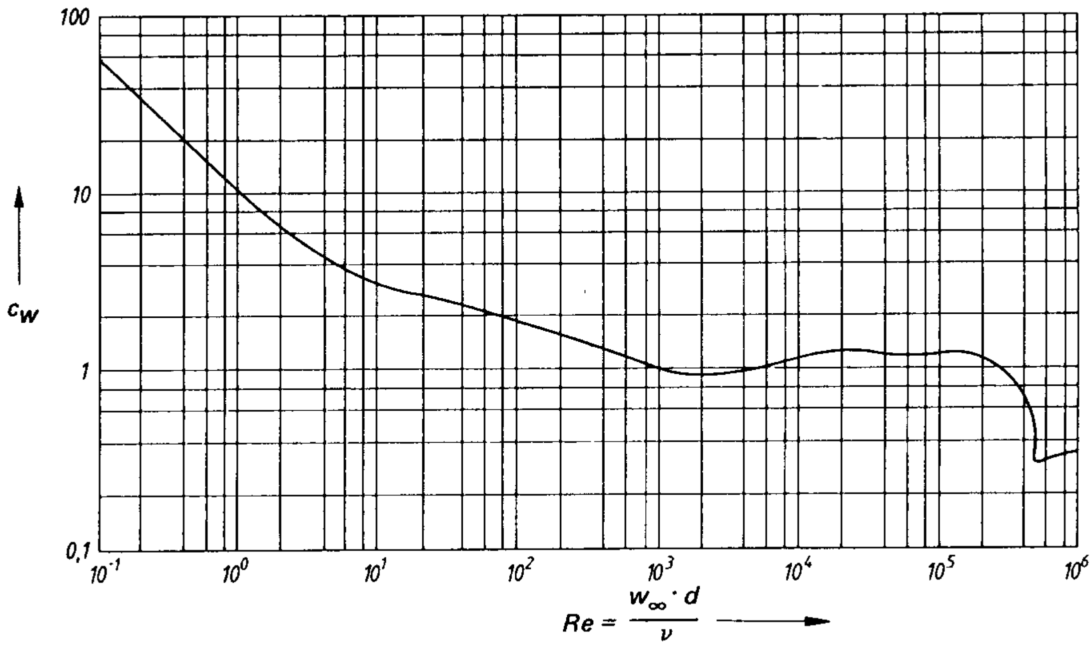
Ein kreiszylindrischer Schornstein eines Hauskamins von d = 0,3 m Durchmesser soll auf Seitenwindbelastbarkeit überprüft werden. Das Flachdach verträgt ein Moment von M = 100 Nm an der Stelle x.



Die Strömung ist reibungsfrei, Randeffekte sind zu vernachlässigen.

Dichte der Luft: $\rho_L = 1{,}2$ kg/m³

kinematische Viskosität der Luft: $\nu_L = 15{,}3 \cdot 10^{-6}$ m²/s.



Widerstandsbeiwert in Abhängigkeit von Re

a) Entscheiden Sie, ob für eine Windgeschwindigkeit von w_∞ = 100 km/h die Umströmung des Schornsteins laminar oder turbulent ist.

b) Wie hoch darf für eine Geschwindigkeit w_∞ = 100 km/h der Schornstein maximal sein, damit das zulässige Moment des Flachdaches mit einer Sicherheit S = 2 nicht überschritten wird?

c) Um wie viel Prozent verändert sich die Widerstandskraft F_W des Schornsteins bei einer Absenkung der Windgeschwindigkeit um 30 %?

Lösung: 1.) turbulent 2.) L = 1,55 m 3.) 30,6 %

W-9 – Fischkutter

Ein Fischkutter der Länge L fährt mit der Geschwindigkeit v. Durch Bewuchs wird mit einer Rauhigkeit von $k = 50\ \mathrm{mm}$ gerechnet.

a) Wie groß ist die Verlustleistung P durch Reibung für jeden Meter Tiefgang t (Schiffswand = ebene Fläche)?

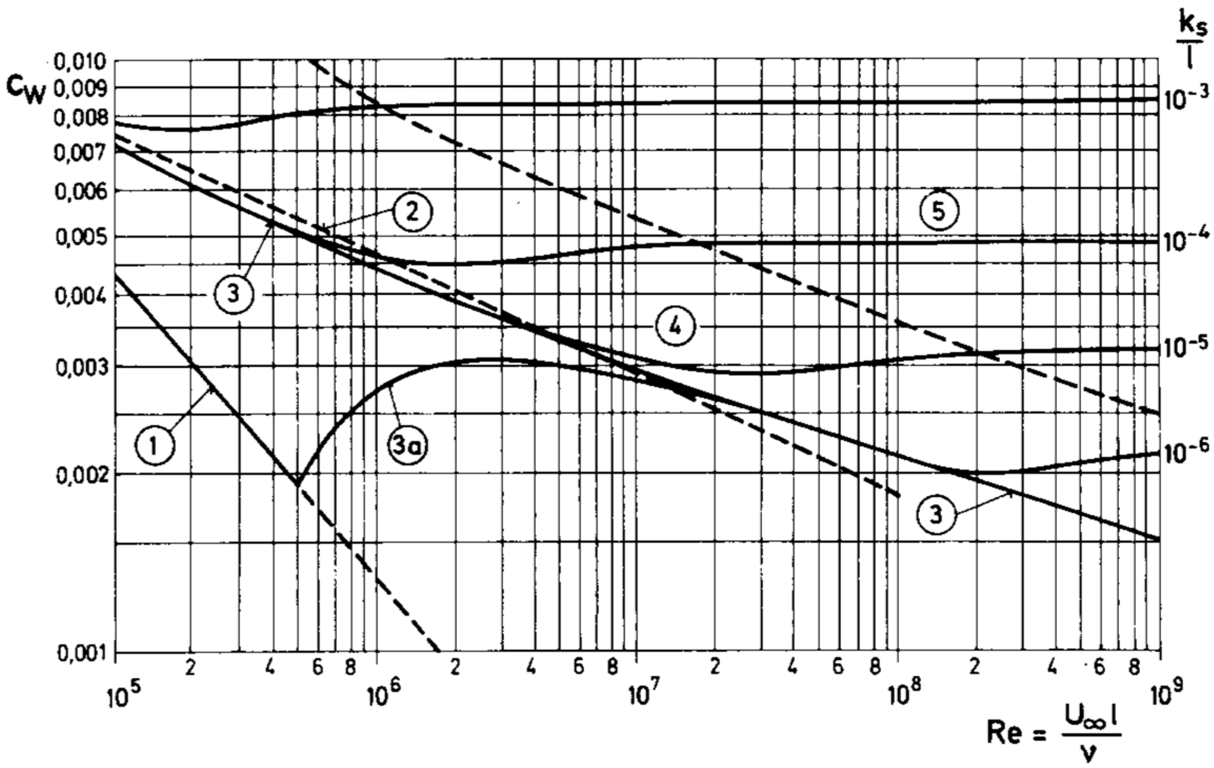
b) In welchem Abstand x_U vom Bug liegt der laminar-turbulente Umschlagpunkt der Strömung?

Die Umströmung des Kutters soll als Umströmung einer längsangeströmten ebenen Platte angenommen werden!

Gegeben:

$L = 50\ \mathrm{m}$ $\quad v = 5\ \mathrm{m/s}$ $\quad k = 50\ \mathrm{mm}$

$\varrho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad \nu = 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$



Lösung:

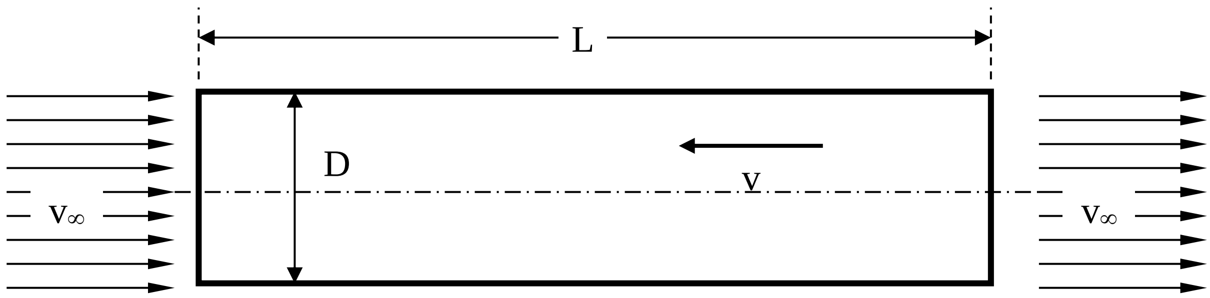
a) $\frac{P}{t} = 52{,}8\ \frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}}$

b) $x_U = 0{,}1\ \mathrm{m}$

W-10 – U-Boot

Ein (strömungstechnisch sehr schlecht ausgelegtes) U-Boot in Form eines Zylinders (Länge L = 80 m, Durchmesser D = 11,5 m) bewegt sich voll eingetaucht im Wasser (ρ = 1000 kg/m^3; ν = 10^{-6} m^2/s) mit der konstanten (Absolut-)Geschwindigkeit v = 18 m/s. Die entgegengesetzte Wasserströmung hat die Geschwindigkeit v_∞ = 2 m/s.

a) Welche Arten von Widerstandskräften treten auf?
b) Welche Leistung ist notwendig, um die Geschwindigkeit zu halten?
c) Wie groß ist die Verlustleistung durch Reibung?



L/D	**Re > 10^3**	**Re < 10^3**
0	1,12	1,45
1	0,81	1,21
2	0,85	1,28
4	0,87	1,31
7	0,99	1,35

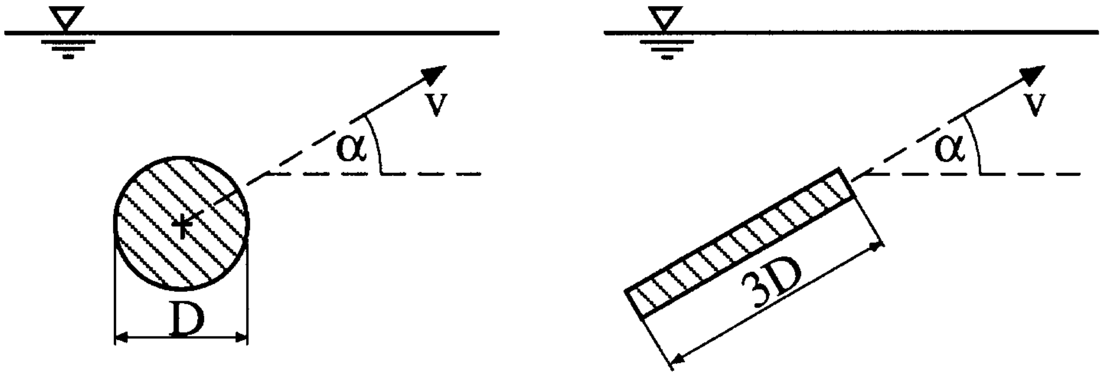
Tabelle : Druckwiderstands-beiwert c_D in Abhängigkeit von Re und L/D

Die Rauhigkeit k_S/L beträgt 10^{-6}. Bei der Bestimmung der Reibungskräften soll die Umströmung des Schiffes als Umströmung einer längsangeströmten ebenen Platte angenommen werden!

Lösung:

a) Druck- und Reibungswiderstand
b) N = 435,b54 MW
c) N_R = 24,533 MW

W-11 – Widerstandskraft einer Kugel/dünnen quadratischen Platte



<u>Gegeben:</u>

$v = 2{,}5$ m/s	$\eta_{H2O} = 10^{-3}$ kg/(m·s)
$D = 4$ m	$g = 9{,}81$ m/s^2
$\rho_{H2O} = 1000$ kg/m^3	k_s(Platte) $= 1{,}2$ mm
$\alpha = 30°$	

Eine Tauchkugel bewege sich mit der stationären Geschwindigkeit v unter dem Winkel α in Wasser reibungsbehaftet aufwärts.

a) Wie groß ist die Masse der Tauchkugel, wenn ihr Durchmesser D = 4m ist? Wie groß ist die für die Bewegung notwendige Kraft F_S?

b) Anstelle der Kugel soll nun eine dünne quadratische Platte mit der Kantenlänge 3D die gleiche stationäre Bewegung wie die Kugel ausführen. Wie groß ist die Widerstandskraft bei einer Rauhigkeit k_s von 1,2 mm?

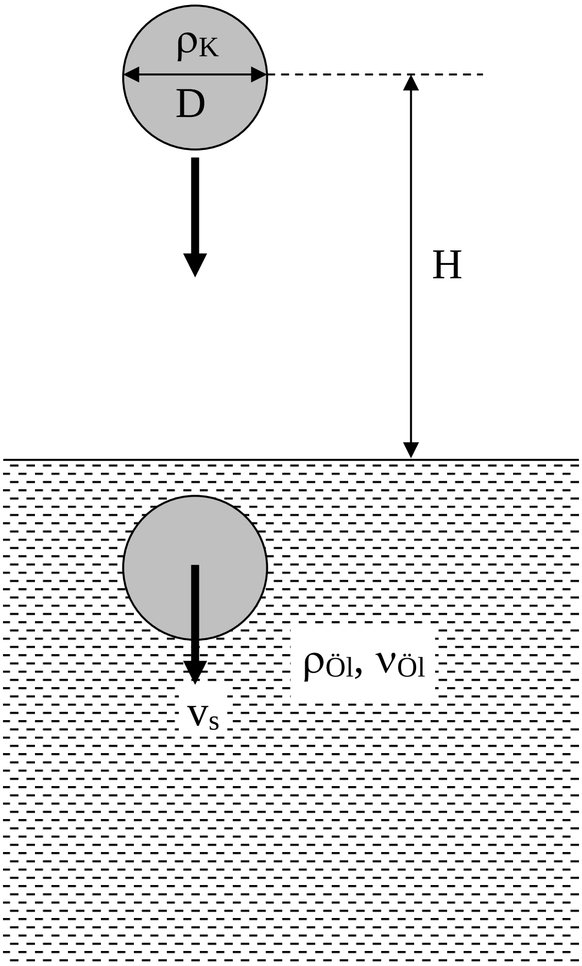
Lösung:

a) $m = 33.510$ kg
$F_S = 7854$ N

b) $F_W = 4410$ N

W-12 – Fall einer Kugel in hochviskoses Öl

Eine Goldkugel mit dem Durchmesser D und der Dichte ρ_K fällt aus der Höhe H in ein hochviskoses Öl (Dichte $\rho_{Öl}$, kin. Viskosität $\nu_{Öl}$). Der Luftwiderstand beim Fall in der Luft kann vernachlässigt werden.



Gegeben:

ρ_K = 19.320 kg/m^3
$\rho_{Öl}$ = 1000 kg/m^3
H = 0,1 m
$\nu_{Öl}$ = 0,01 m^2/s
D = 7 mm
g = 9,81 m/s^2

1. Bestimmen Sie die stationäre Sinkgeschwindigkeit v_s der Kugel im Öl.
2. Welche Geschwindigkeit hat die Kugel 10 ms nach dem Eintauchen in die Flüssigkeit?

Lösung:

1) v_s = 48,9 mm/s
2) v(t = 10 ms) = 250,83 mm/s

W-13 – Von Wind angeströmtes Fahrzeug

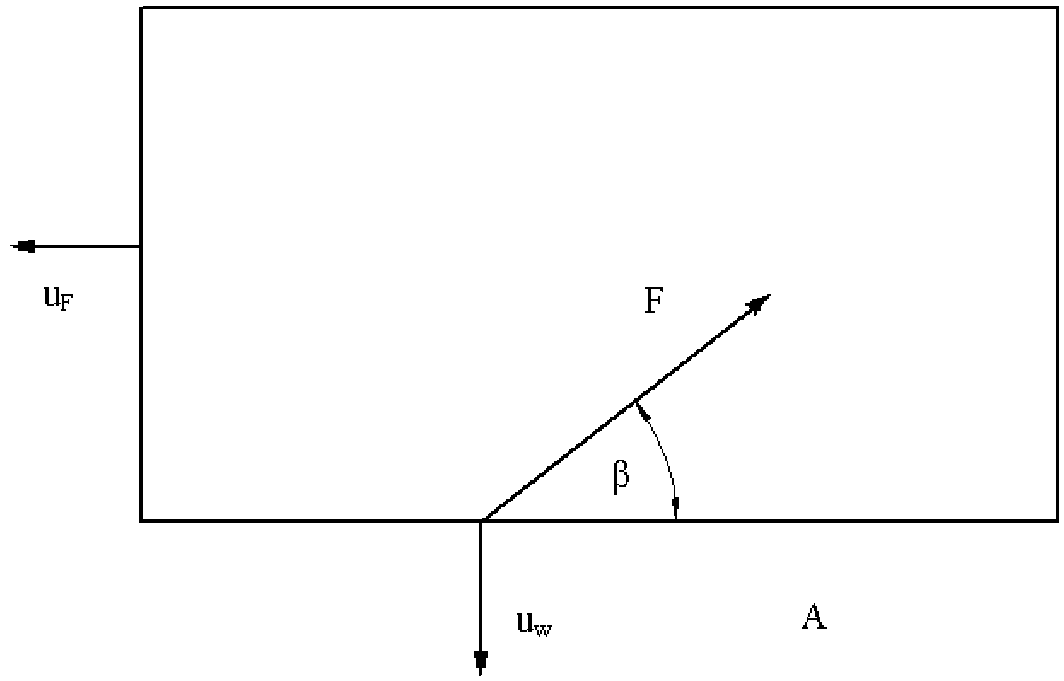
Ein Fahrzeug mit der Seitenfläche A fährt mit einer Geschwindigkeit u_F. Senkrecht zur Seitenfläche des stehenden Fahrzeuges weht ein Wind mit der Geschwindigkeit u_W.

a) Bestimmen Sie die auf das Fahrzeug bezogene Luftgeschwindigkeit u! (Fahrzeug steht)

b) Wie groß ist die auf die Seitenfläche wirkende Kraft F? (Der Widerstandbeiwert c_A ist als Funktion des Anstellwinkels α zu bestimmen). Der Anstellwinkels α ist der Winkel zwischen der Luftgeschwindigkeit u und der Fahrzeuggeschwindigkeit u_F.

c) Bestimmen Sie zur Ermittlung der Richtung der Kraft F den Winkel β! (Siehe Zeichnung)

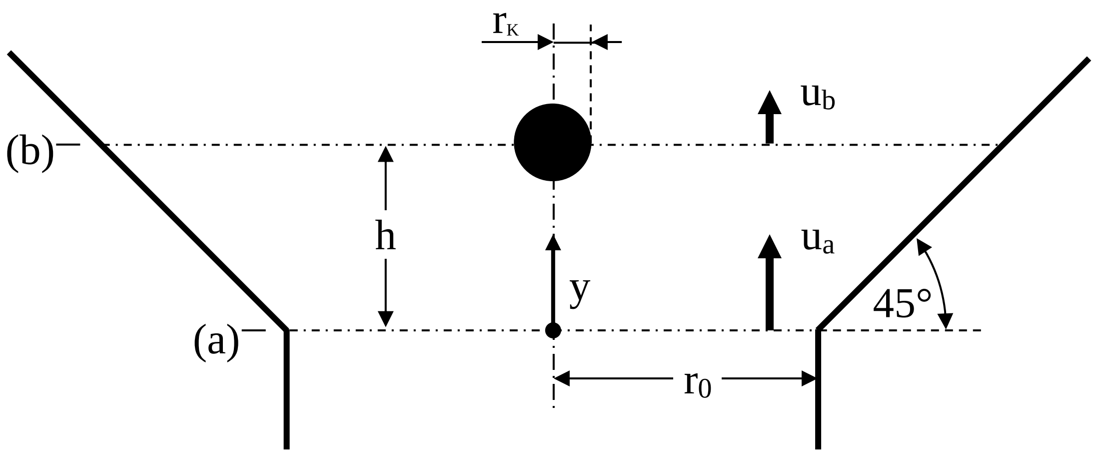
<u>Gegeben:</u>	A	=	40 m²	u_F	=	70 km/h
	u_W	=	10,5 km/h	c_W	=	0,14033
	c_A	=	$2\cdot\pi\cdot\alpha$	ρ	=	1,25 kg/m³



Lösung:

a) u = 19,66 m/s
b) F = 9,185 kN
c) β = 90°

W-14 – Volumenstrommessung mittels Schwebekugel



Die dargestellte Anordnung kann zur Messung des Volumenstroms $\dot{V}$ benutzt werden. Sie besteht aus einem vertikalen Glasrohr mit sich nach unten verringerndem Querschnitt und einem Schwebekörper (Kugel; Dichte ρ_K, Radius r_K, Widerstandsbeiwert c_W), der sich im Flüssigkeitsstrom (Dichte ρ_F) befindet. Mit der abzulesenden Schwebehöhe h kann der Volumenstrom mit den gegebenen Größen ermittelt werden.

Gegeben:

ρ_K	=	$1000 \cdot \rho_F$	r_0	=	6 mm	r_K	$= \frac{1}{4}\, r_0$
h	=	r_0	c_W	=	0,4	g	$= 10\ m/s^2$

Berechnen Sie:

1. das Verhältnis der Geschwindigkeiten u_b/u_a ($u_b = u_{y=h}$; $u_a = u_{y=0}$)
2. die Geschwindigkeit u_a (zeichnen Sie eine Skizze der an der Kugel wirkenden Kräfte)
3. den Volumenstrom $\dot{V}$

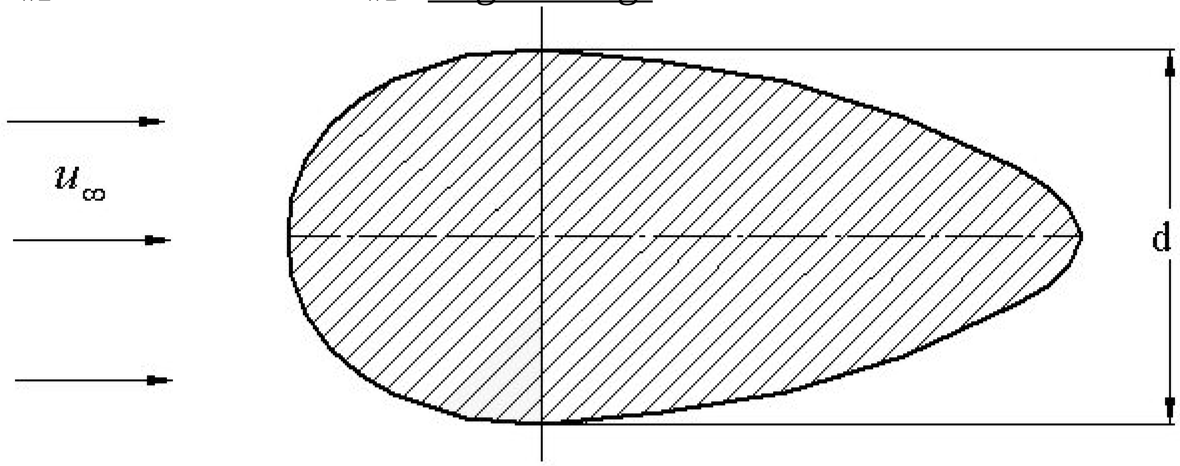
Lösung:

a) $u_b/u_a = 16/63$
b) $u_a = 40\ m/s$
c) $\dot{V} = 4{,}524 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$

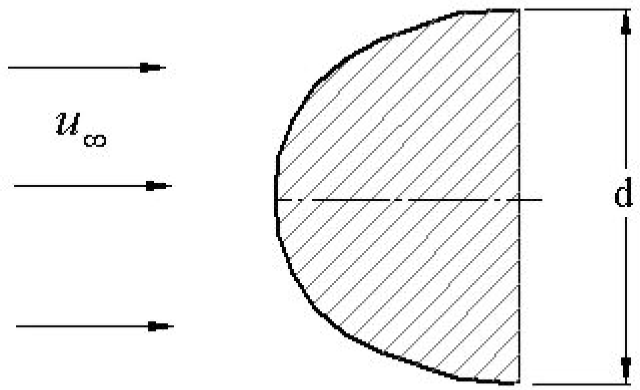
W-15 – Stromlinienkörper

Ein rotationssymmetrischer Stromlinienkörper (Bild 1) habe den Strömungswiderstand F_{w1}. Dieser Körper wird an der Stelle seiner größten Dicke d abgeschnitten (Bild 2), der Strömungswiderstand ist nun F_{w2}.

Ist F_{w2} > oder = oder < F_{w1}? Begründung!



(1)



(2)

Lösung:

$F_{w2} > F_{w1}$

Durch das Abschneiden wird zwar der Reibungswiderstand etwas geringer. Er dominiert jedoch der Druckwiderstand des abgeschnittenen Körpers, der wesentlich größer ist als der Reibungswiderstand des Körpers (1)

W-16 – PKW-Leistungsberechnung

Ein PKW hat die Sirnfläche A und einen Widerstandsbeiwert c_w. Die Geschwindigkeit ist u_∞.

a) Wie groß ist die erforderliche Antriebsleistung P bei $u_\infty = 150$ km/h, wenn P = 20 kW bei $u_\infty = 100$ km/h notwendig sind? Der c_W-Wert ist für die beiden Geschwindigkeiten der gleiche.

b) Durch aerodynamische Verbesserungen konnte der c_w – Wert von 0,4 auf 0,36 gesenkt werden. Wie verringert sich so die erforderliche Antriebsleistung P bei $u_\infty = 100$ km/h, wenn diese vorher 20 kW betrug?

c) Welche Antriebsleistung ist bei einer verringerten Stirnfläche von A = 2,85 m² erforderlich, wenn diese bei $u_\infty = 100$ km/h und A = 3 m² wie oben 20 kW betrug?

Lösung:

a) P = 67,4 kW

b) P = 18 kW

c) P = 19 kW

W-17 – Fahrzeuge fahren durch einen Tunnel

Im Abstand von jeweils 100 m fahren Wagen in einer Richtung durch einen 500 m langen Tunnel.

a) Welche Luftströmung erzeugen die Wagen im Tunnel?
b) Wie groß ist der Luftdurchsatz durch den Tunnel?

<u>Gegeben:</u>

u_W	$= 72$ km/h	Geschwindigkeit der Wagen
A_W	$= 1{,}5$ m²	Querschnittsfläche der Wagen
c_W	$= 0{,}4$	Widerstandsbeiwert der Wagen
A_T	$= 49$ m²	Querschnittsfläche des Tunnels
ζ_T	$= 3$	Resultierender Widerstandsbeiwert des Tunnels (Ein- und Austrittsverluste sowie Wandreibung)

Lösung:

Der Widerstand der Wagen in der relativ dazu langsameren Tunnelluft treibt diese an. Im Tunnel sind jeweils gleichzeitig 5 Wagen. Die Verluste im Tunnel wirken entgegengesetzt.

a) $N \cdot c_w \cdot A_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(u_w - u_T\right) = \varsigma_T \cdot A_T \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_T^{\;2} \;\rightarrow$

$$\left(1 - \frac{u_T}{u_w}\right)^2 = \frac{\varsigma_T \cdot A_T}{N \cdot c_w \cdot A_w} \cdot \left(\frac{u_T}{u_w}\right)^2 \qquad u_T = 2{,}5 \text{ m/s}$$

b) $\dot{V} = 122{,}5 \text{ m}^3\text{/s}$

W-18 – Lande- und Abhebegeschwindigkeit eines Flugzeuges

Die Landegeschwindigkeit eines Flugzeuges ist 1 m/s kleiner als die Abhebegeschwindigkeit. Der Auftriebsbeiwert bei der Landegeschwindigkeit ist $c_A = 1{,}3$ und derjenige beim Abheben ist 1,4. Während des Fluges verliert das Flugzeug durch Treibstoffverbrauch 10 % seines Gewichtes.

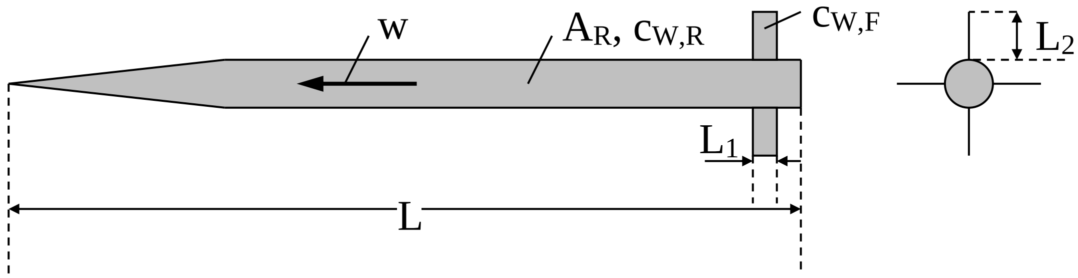
Berechnen Sie die Lande- und Abhebegeschwindigkeit.

Lösung:

$u_{\infty Ab} = 64{,}5$ m/s
$u_{\infty L} = 63{,}5$ m/s

W-19 – Marschflugkörper

Ein Marschflugkörper (Abmessungen siehe Skizze) mit seitlichen Stabilisierungsflossen fliegt mit w = 600 km/h auf Meereshöhe. Die Strömungsverhältnisse am Rumpf und an den Flossen lassen sich mit dem Modell der (längs-)angeströmten Platte berechnen.



geg:						
w	$= 600$ km/h	A_R	$= 1{,}48\ m^2$	L	$= 2{,}7$ m
L_1	$= 0{,}1$ m	L_2	$= 0{,}2$ m	$c_{W,R}$	$= 0{,}0026$
$c_{W,F}$	$= 0{,}0068$	ρ_L	$= 1{,}225\ kg/m^3$	ν_L	$= 14{,}6 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$

<u>Berechnen Sie:</u>

a) Re_F für die Umströmung der Flossen und den Reibungswiderstand $F_{W,F}$, der durch sie verursacht wird
b) die Dicke σ der Grenzschicht am Ende der Flossen
c) Re_R für die Umströmung des Rumpfkörpers und den Reibungswiderstand $F_{W,R}$

Lösung:

1. $Re_F = 1{,}14 \cdot 10^6$, $\quad F_{W,F} = 18{,}5$ N
2. $\sigma = 2{,}27$ mm
3. $Re_R = 30{,}82 \cdot 10^6$ $\quad F_{W,R} = 65{,}5$ N

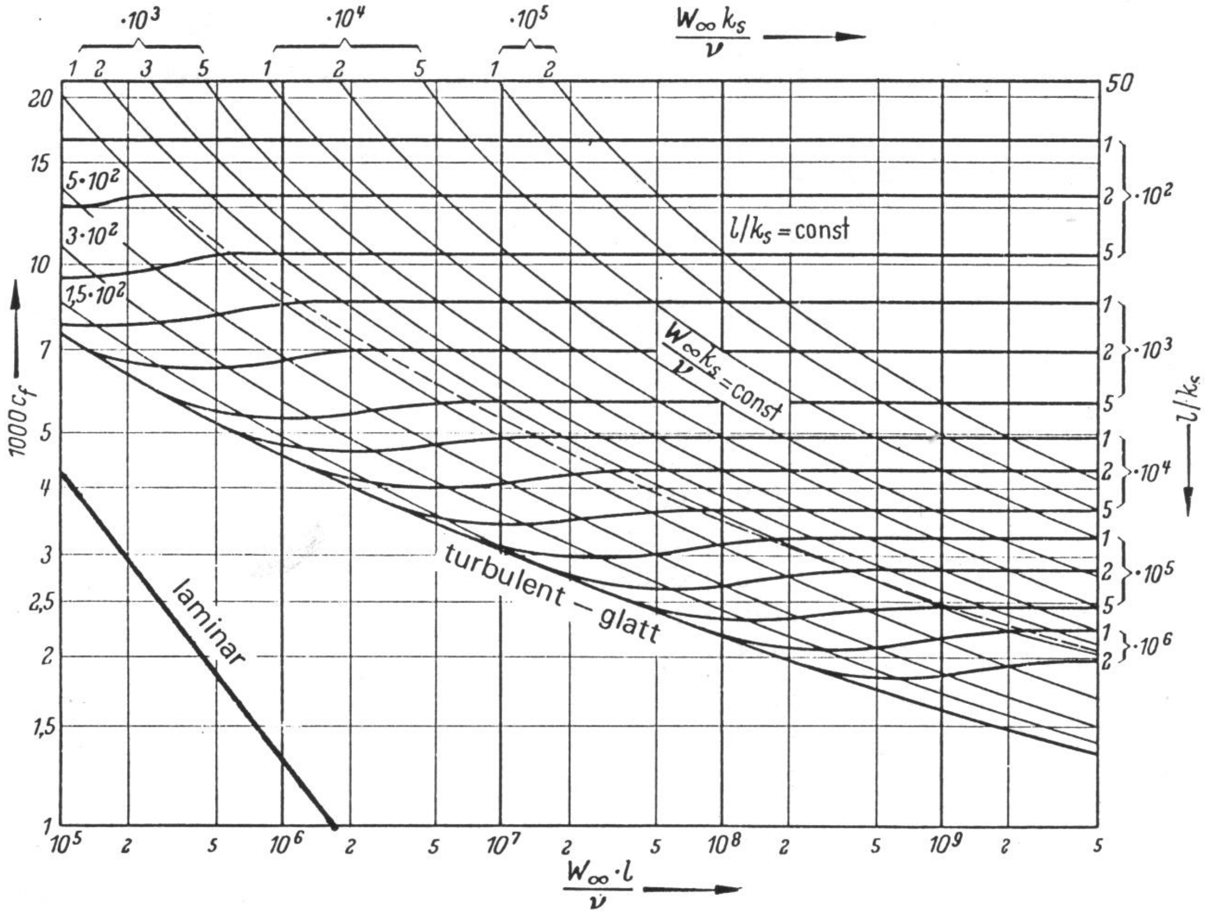
W-20 – Zeppelin

Die Daten für den Zeppelin LZ 130, der im Transatlantik-Liniendienst Deutschland-USA (53h Flugzeit) eingesetzt wurde, waren wie folgt:

Länge:	243 m
Durchmesser:	41,2 m
Reisegeschwindigkeit:	128 km/h
Dichte der Luft in 1 km Flughöhe:	1,112 kg/m^3
Viskosität der Luft in 1 km Flughöhe:	$15{,}6\cdot 10^{-6}$ m^2/s
Motoren:	4 x 1000 PS
Oberfläche:	Baumwollgewebe (k_S = 0,2 mm)

a) Bestimmen Sie die Reynoldszahl
b) Schätzen Sie den Reibungswiderstand mit Hilfe des c_W-Wertes der längsangeströmten Platte ab (Siehe Diagramm)
c) Berechnen Sie die zur Überwindung des Reibungswiederstandes nötige Schubleistung

Die Fläche des Zeppelins kann als Zylindermantelfläche angenähert werden.

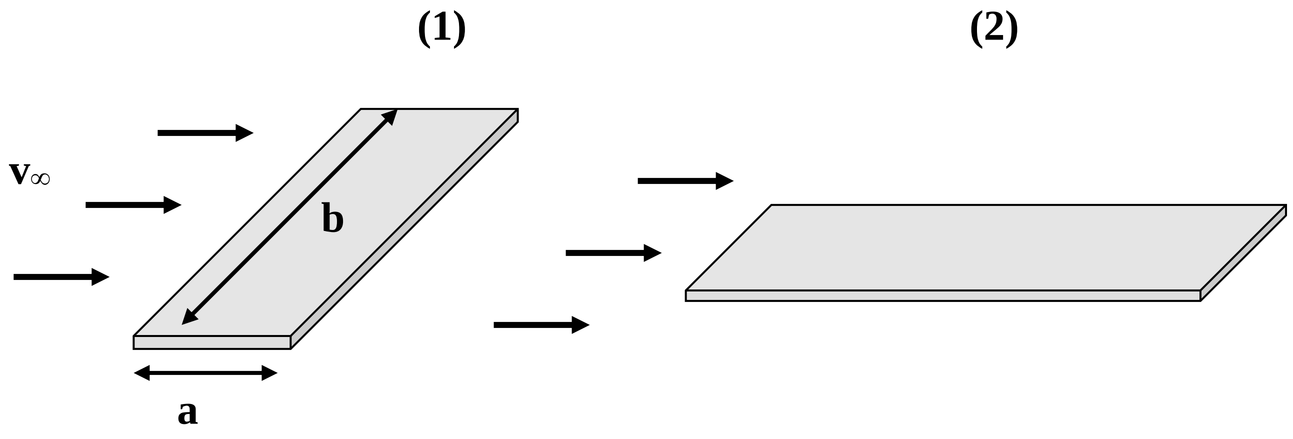


Lösung: a) Re = $5{,}5\cdot 10^8$ b) F_W = 46,4 kN (c_W = 0,0021)
c) P = 1650 kW

W-21 – Widerstand einer längs angeströmte Platte in unterschiedlicher räumlicher Lage

Der Reibungswiderstand einer Platte (a = 0,5 m, b = 2 m) in einer Wasserströmung (ρ = 1000 kg/m^3, $\nu = 10^{-6}$ m^2/s, v_∞ = 10 m/s) wird in Abhängigkeit ihrer Lage bezüglich der Hauptströmungsrichtung (siehe Skizze) untersucht.

Berechnen Sie das Verhältnis der angreifenden Widerstandskräfte F_{W2}/F_{W1}.

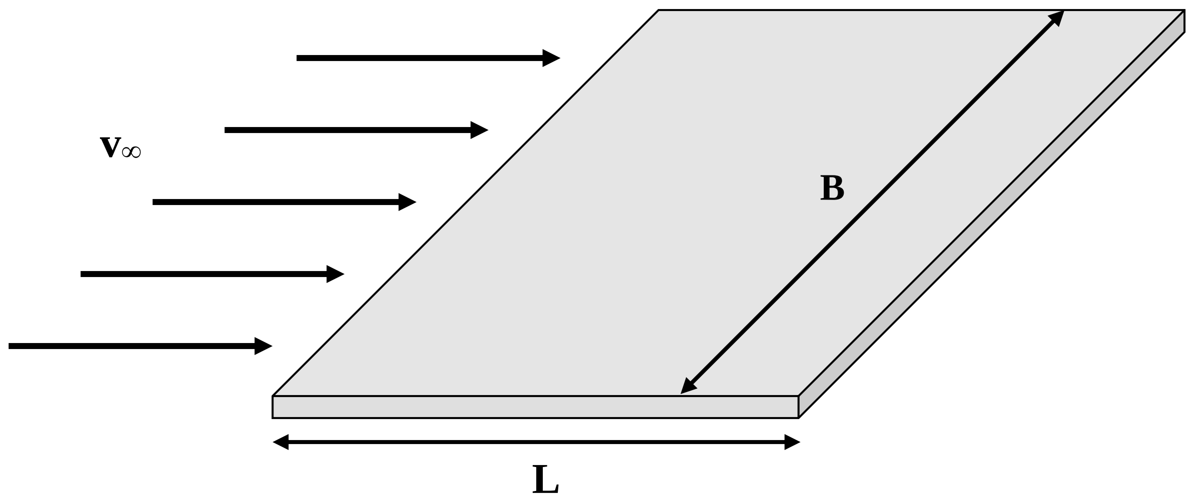


Lösung: $F_{W2}/F_{W1} = 0{,}8$

W-22 – Widerstand einer längs angeströmten Platte bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten

Eine Platte (L = 1 m, B = 4 m) wird in einen Wasserkanal ($\rho = 1000\ kg/m^3$, $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$) getaucht.

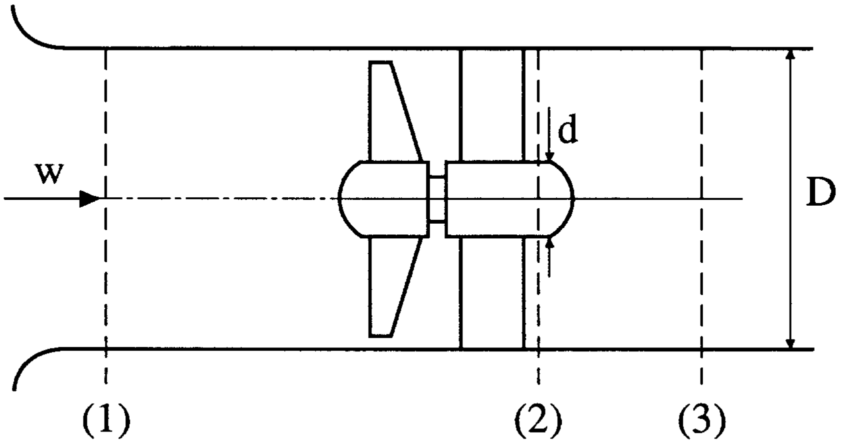
Berechnen Sie die Reibungskräfte, die an der Platte angreifen, für $v_{\infty 1}$ = 1 m/s und $v_{\infty 2}$ = 20 m/s.



Lösung: $F_W\ (v_{\infty 1}) = 18{,}7\ N$
$F_W\ (v_{\infty 2}) = 4304\ N$

STM – Strömungsmaschinen

STM-1 – Leistungsdaten eines Axialventilators auf dem Prüfstand



Die Untersuchung eines Axialventilators reibungsloser Strömung auf dem Prüfstand ergab die Werte p_1, p_2, und p_3 für die statischen Drücke, die mit einem **Manometer** gemessen wurden. Die Wellenleistung des Motors sei P_W.

Gegeben:

Δp_1	$= -142\ N/m^2$	Δp_2	$= 712\ N/m^2$
Δp_3	$= 815\ N/m^2$	P_W	$= 9000\ W$
ρ	$= 1{,}25\ kg/m^3$	D	$= 0{,}85\ m$
d	$= 0{,}425\ m$		

Hinweis: die angegebenen Drücke sind Unter- oder Überdrücke gegen p_0 von 1 bar.

a) Wie groß ist der Volumenstrom $\dot{V}$?
b) Wie groß ist die mechanische Leistung P_M des Ventilators?
c) Wie groß ist der Wirkungsgrad η des Ventilators?

Lösung:

a) $\dot{V} = 8{,}25\ m^3/s$
b) $P_M = 7895\ W$
c) $\eta = 0{,}88$

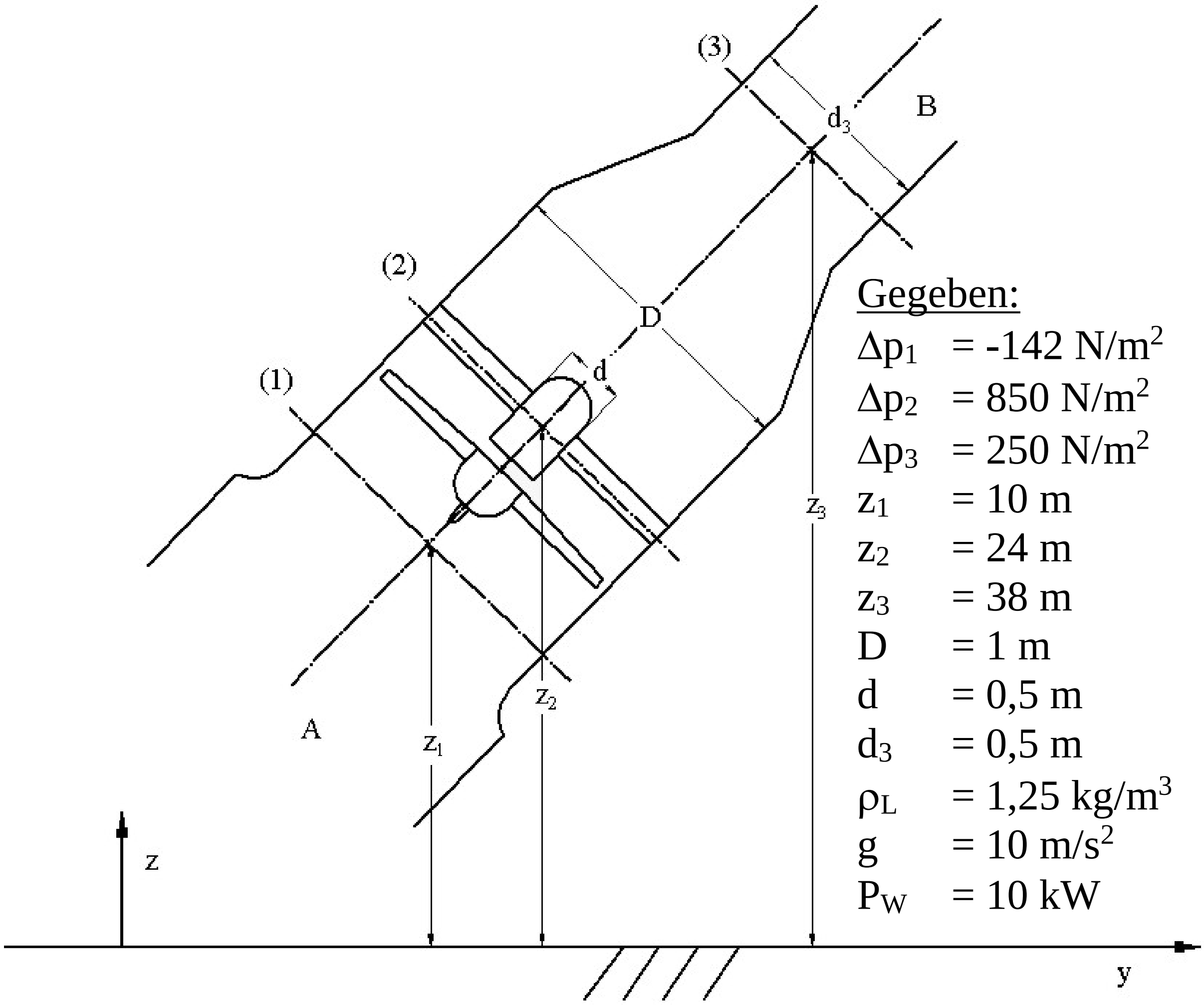
STM-2 – Lufttransport mit einem Axialventilator

Ein Axialventilator soll Luft in reibungsloser Strömung von A nach B fördern. Die Untersuchung des Ventilators auf dem Prüfstand ergab die Werte Δp_1, Δp_2 und Δp_3 für die statischen Drücke (Differenzdrücke gegen p_0). Die Wellenleistung des Motors sei P_W. Berechnen Sie:

a) die Geschwindigkeiten an den Punkten 1, 2 und 3

b) den Volumenstrom $\dot{V}$

c) die mechanische Leistung P_M und den Ventilatorwirkungsgrad η



Gegeben:
$\Delta p_1 = -142\ N/m^2$
$\Delta p_2 = 850\ N/m^2$
$\Delta p_3 = 250\ N/m^2$
$z_1 = 10\ m$
$z_2 = 24\ m$
$z_3 = 38\ m$
$D = 1\ m$
$d = 0{,}5\ m$
$d_3 = 0{,}5\ m$
$\rho_L = 1{,}25\ kg/m^3$
$g = 10\ m/s^2$
$P_W = 10\ kW$

Lösung:

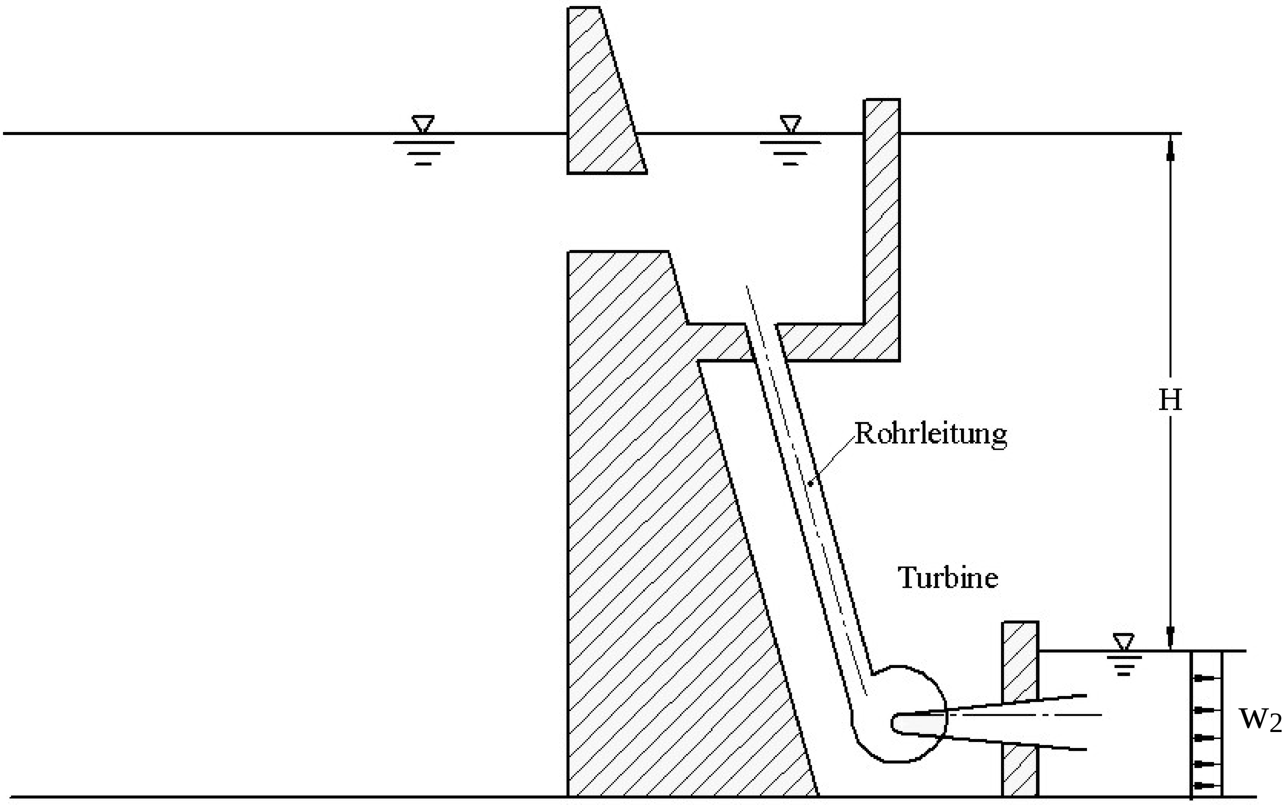
a) $w_1 = 6{,}94\ m/s$ $\quad w_2 = 9{,}25\ m/s$ $\quad w_3 = 27{,}75\ m/s$
b) $\dot{V} = 5{,}4\ m^3/s$
c) $P_M = 6{,}4\ kW$ $\quad \eta = 0{,}64$

STM-3 – Turbinenanlage

Eine Turbinenanlage mit dem Wirkungsgrad η nutzt die Fallhöhe H zwischen Ober- und Unterwasser eines Staubeckens aus. Es fließt der Volumenstrom $\dot{V}$ durch die Turbinenanlage. In der Rohrleitung zur Turbine treten Druckverluste von Δp_V auf.

Gegeben:	H	$= 20\ \text{m}$	Δp_V	$= 500\ \text{Pa}$	$\dot{V}$	$= 4\ \text{m}^3/\text{s}$
	w_2	$= 1\ \text{m/s}$	η	$= 0{,}8$	g	$= 10\ \text{m/s}^2$
	ρ	$= 1000\ \text{kg/m}^3$				

Wie groß ist die Nutzleistung P der Turbine?



Lösung: $P = 636{,}8\ \text{kW}$

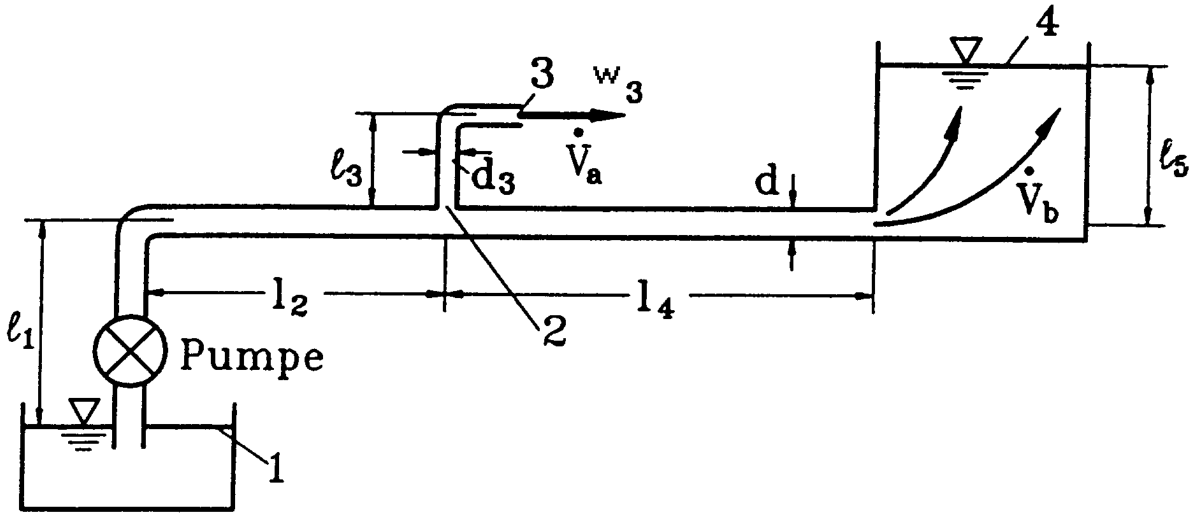
STM-4 – Nachrechnen einer Pumpenanlage mit Anzapfung

Eine Pumpe fördert die Wassermenge $\dot{V}_b$ in einen Hochbehälter. Gleichzeitig wird durch eine Abzapfung der Volumenstrom $\dot{V}_a$ an der Stelle 3 entnommen. Die Flüssigkeitshöhen in den beiden Behältern können als unveränderlich angesehen werden. Die Verluste an Krümmern sollen vernachlässigt werden.
Alle geometrischen Abmaße der Anlage sind bekannt. Hinweis: Die Gesamtlänge des Rohres der Anzapfung (von 2 nach 3) ist ebenfalls mit l_3 anzunehmen.

Gegeben:

$\dot{V}_b$	=	0,02 m³/s	l_1	=	5 m	l_2	=	50 m
l_3	=	3 m	l_4	=	50 m	l_5	=	5 m
d_3	=	0,03 m	d	=	0,1 m	λ	=	0,03
ρ	=	1000 kg/m³	g	=	9,81 m/s²			

a) Mit welcher Geschwindigkeit w_3 tritt der Volumenstrom $\dot{V}_a$ aus und wie groß ist er?
b) Wie groß ist die Pumpenleistung P?



Lösung:

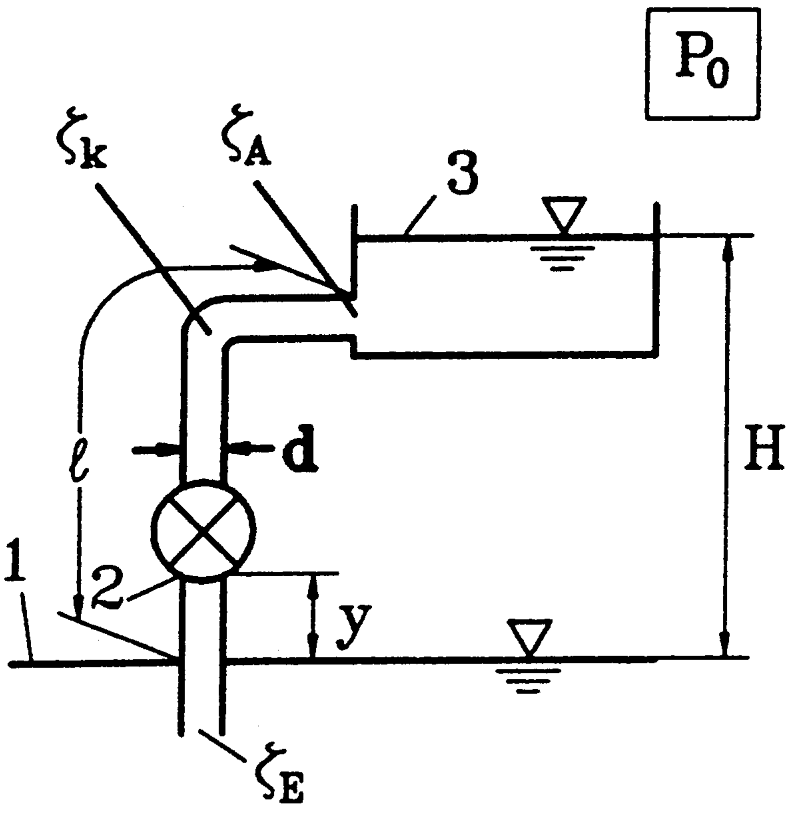
a) w_3 = 5,985 m/s $\quad\quad \dot{V}_a$ = $4{,}23\cdot10^{-3}$ m³/s
b) P = 5534 W

STM-5 – Auslegung einer Pumpenanlage in Bezug auf den Dampfdruck des Wassers

Eine Pumpe fördert aus einem See ($\rho_w = 10^3$ kg/m^3) die Wassermenge $\dot{V}$ = 0,06 m^3/s durch ein Rohr vom Durchmesser d = 0,1 m und der Länge l = 18 m in einen um H = 15 m höher liegenden Hochbehälter. Dabei treten folgende Verluste auf: Rohrreibungsverluste (λ = 0,03), Verluste am Eintritt (ζ_E = 0,3), Verluste im Krümmer (ζ_K = 0,4) und Verluste am Austritt (ζ_A = 0,8). Die Eintauchtiefe des Rohres in den See ist vernachlässigbar gering. (g = 9,81 m/s^2)

a) Welche Höhe y über dem Wasserspiegel darf die Pumpe höchstens haben, damit im Rohr der Dampfdruck p_D des Wassers (p_D = 4000 N/m^2) nicht unterschritten wird? Der Außendruck p_0 beträgt 1 bar.

b) Welche Pumpenleistung P ist erforderlich?

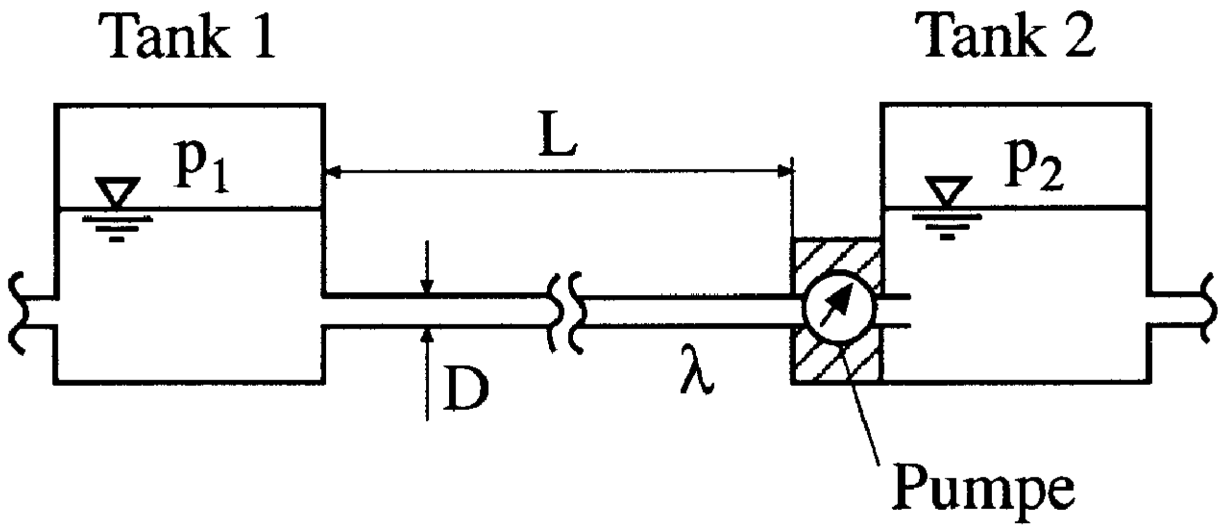


Lösung:

a) y = 3,128 m

b) P = 20,91 kW

STM-6 – Druckverluste in der Pumpenstation



D	$= 1$ m	L	$= 10$ km	ρ	$= 950$ kg/m^3
p_1	$= 1{,}2\cdot10^5$ N/m^2	$\dot{m}$	$= 149{,}2$ kg/s	P_{mech}	$= 2\,500$ W
ν_1	$= 10^{-5}$ m^2/s	ν_2	$= 120\cdot10^{-6}$ m^2/s		

Zwischen zwei großen Tanklagern wird Rohöl der kinematischen Viskosität ν_1 durch eine horizontale, hydraulisch glatte Rohrleitung (Durchmesser D, Länge L) gefördert. Die Füllhöhen beider Tanklager seien gleich.

a) Ist die Strömung laminar oder turbulent?

b) Wie hoch ist der Druck p_2 im Tank?

c) Durch Änderung der Lagerstättenbedingungen steigt die Viskosität ν des Rohöls auf ν_2 an, die Dichte ändert sich nicht. Wie hoch muss in diesem Fall die mechanische Leistung der Pumpe bei gleichem Massenstrom $\dot{m}$ und Tankdruck p_2 sein?

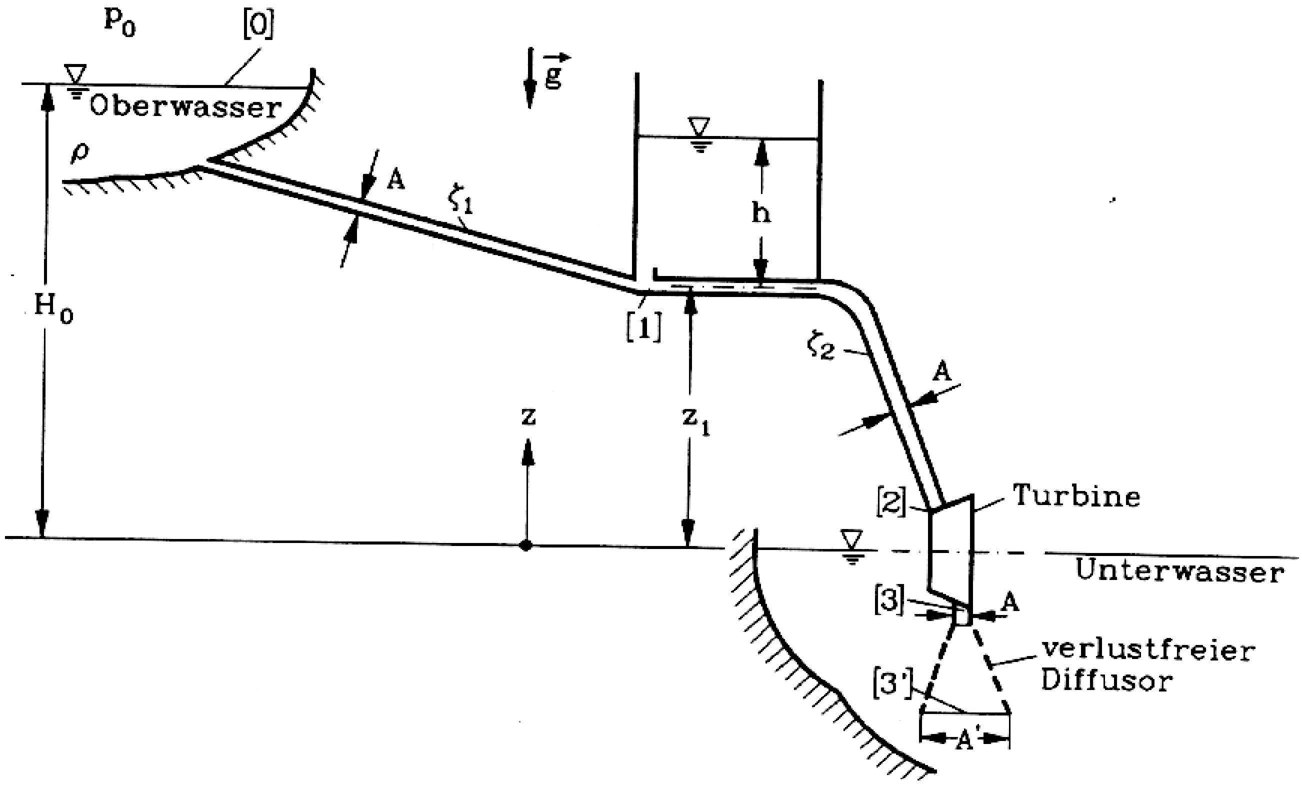
d) Wir nehmen nun an, das höher viskose Rohöl wird mit der im Teil a) errechneten Reynolds-Zahl gepumpt. Um welchen Faktor F nimmt der Druckabfall durch die erhöhte Viskosität zu?

Lösung:

a)	Re	=	20000	---> turbulent
b)	p_2	=	1,31 bar	
c)	P_M	=	2860 W	
d)	F	=	144	

STM-7 – Wasserkraftwerk

Ein Wasserkraftwerk wird in der skizzierten Anordnung betrieben. Der Volumendurchsatz der Turbine ist $\dot{V}$ = 150 m³/s.



Verluste entstehen in der Rohrleitung zwischen dem See und dem Hilfsbehälter [1] (mit λ = 0,03 und Länge $L_{0\text{-}1}$) und am Auslauf aus dem Hilfsbehälter (ζ_1 = 0,3) sowie in der Rohrleitung zwischen [1] und Turbineneintritt [2] ($L_{1\text{-}2}$) als auch im Krümmer und Turbineneintritt (zusammen ζ_2 = 0,4).

1. Welcher Druck herrscht im Punkt [1]?
2. Welche Spiegelhöhe h stellt sich in dem Hilfsbehälter im stationären Betrieb ein?
3. Welcher Druck p_2 herrscht am Turbineneintritt? Die Abmessungen der Turbine können gegenüber den anderen geometrischen Daten vernachlässigt werden.

<u>Gegeben:</u>	$\dot{V}$	= 150 m³/s	p_0	= 1 bar	$L_{0\text{-}1}$	= 1488 m	$L_{1\text{-}2}$	= 300 m
	A	= 12,5 m²	H_0	= 500 m	z_1	= 250 m	g	= 10 m/s²
	ρ	= 10³ kg/m³	ζ_1	= 0,3	ζ_2	= 0,4	λ	= 0,03

Lösung:

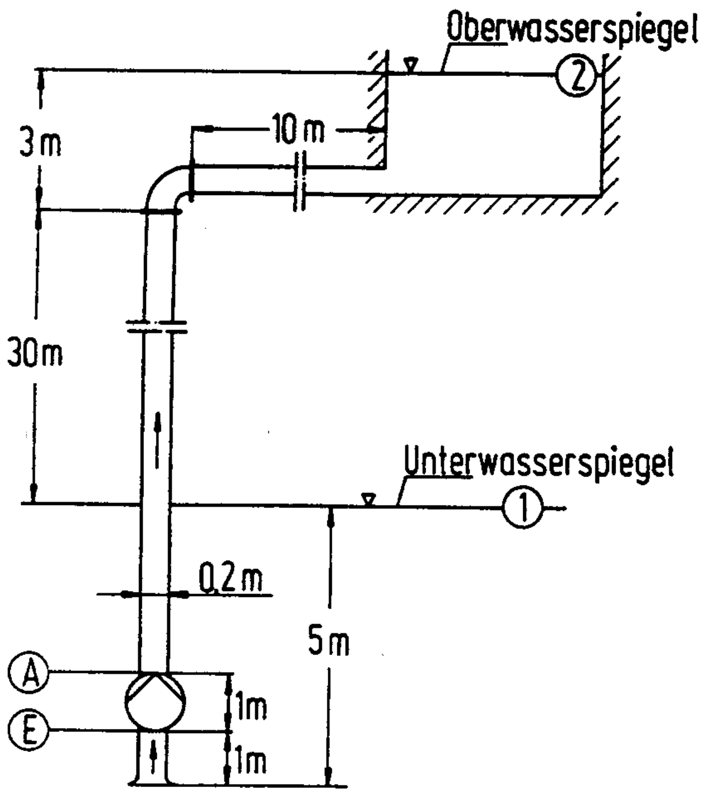
1. p_1 = 17 bar
2. h = 160,1 m
3. p_2 = 40,1 bar

STM-8 – Pumpenanlage

Eine Pumpenanlage soll Wasser aus einem See in einen offenen Hochbehälter reibungsbehaftet fördern. Die Rohrleitungsführung und -länge ist der nachfolgenden Skizze zu entnehmen. Die Verluste entstehen in der Rohrleitung, am Eintritt in die Saugleitung, am Krümmer und im Auslauf in den Speicher.

Gegeben:

Dichte des Wassers:	$\rho = 1000\ kg/m^3$
Druck auf dem Unterwasserspiegel:	$p_1 = 1\ bar$
Massenstrom:	$\dot{m} = 100\ kg/s$
Rohrreibungszahl:	$\lambda = 0{,}02$
Widerstandszahl für den Eintritt der Saugleitung :	$\xi_S = 0{,}35$
Widerstandszahl für den Krümmer :	$\xi_K = 0{,}45$
Widerstandszahl für den Auslauf in den Speicher:	$\xi_A = 0{,}8$
Durchmesser der Saug- und Druckleitung	$d = 0{,}2\ m$



Gesucht:

a. Wie groß sind die Geschwindigkeiten am Pumpeneintritt w_E und Pumpenaustritt w_A?

b. Wie groß ist der Druck am Pumpeneintritt p_E?

c. Wie groß ist der Druck am Pumpenaustritt p_A?